

砂砾石地基上水闸底板弯矩预测的多元非线性回归模型

孙淑华¹, 王建¹, 何露², 王梓优¹

(1. 河海大学水利水电学院, 江苏 南京 210098;
2. 南京水利科学研究院大坝安全与管理研究所, 江苏 南京 210098)

摘要: 为了简捷地确定初步设计阶段水闸结构设计参数, 加快设计进度, 综合考虑砂砾石地基的弹性模量、闸墩荷载、闸孔宽度、底板厚度、闸墩高度、地基厚度等影响底板应力的主要因素, 通过大量的有限元计算, 分析了水闸参数对底板弯矩的影响规律, 建立了基于多元非线性回归的底板中心弯矩预测模型。结果表明: 底板中心弯矩与底板厚度、闸孔宽度、砂砾石地基厚度呈非线性关系, 与闸墩高度总体呈线性关系; 所建立的预测模型拟合效果较好, 预测精度较高。

关键词: 砂砾石地基; 水闸; 底板弯矩; 多元非线性回归; 有限元法

中图分类号: TV662⁺.1 **文献标志码:** A **文章编号:** 1006-7647(2021)01-0074-06

Multivariate nonlinear regression model for bending moment prediction of sluice baseboard on sand gravel foundation//SUN Shuhua¹, WANG Jian¹, HE Lu², WANG Ziyou¹ (1. College of Water Conservancy and Hydropower Engineering, Hohai University, Nanjing 210098, China; 2. Dam Safety Management Department, Nanjing Hydraulic Research Institute, Nanjing 210098, China)

Abstract: To provide a simple determination method for structural parameters in the preliminary stage of sluice and to speed up the design progress, the influence law of sluice parameters on baseboard moment was summarized through abundant finite element analysis, which considering the main factors such as the elastic modulus of sand gravel foundation, the load on pier, the width of sluice gate, the thickness of the baseboard, the height of the pier, and the thickness of the gravel foundation. A prediction model of the central bending moment of baseboard based on multivariate nonlinear regression was proposed. The results show that the baseboard moment is nonlinear with the thickness of the baseboard, the width of sluice gate and the thickness of the gravel foundation, while it has a linear relationship with the height of the pier. The fitting effect of the proposed prediction model is good with high accuracy.

Key words: sand gravel foundation; sluice; baseboard moment; multivariate nonlinear regression; finite element method

水闸是实现水资源优化配置的重要建筑物^[1-2]。底板作为闸室结构的基础, 其结构安全决定了水闸工程整体的安全与稳定。砂砾石地基性质处于基岩与软基之间, 地基承载力较好, 压缩性较小。对砂砾石地基上的水闸而言, 闸墩传递的竖向荷载与底板传递的竖向荷载相差较大, 地基沉降差也较大, 底板应力高, 因此底板弯矩预测是设计的重要内容。

水闸设计中, 设计人员通常利用底板弯矩计算底板应力和底板配筋量。目前用于水闸底板弯矩计算的工具有 MDSolids 系列和理正工具箱等, 这些计算软件以材料力学和结构力学为理论基础, 计算方法简单, 但无法考虑闸段与闸段之间的接触效应, 计算精确度不高。20 世纪中期开始, 计算机迅速普及, 有限元法应运而生^[3-9]。目前, 随着有限元

技术的逐渐完善和迅速普及, 有限元技术在水闸工程中的应用也较为广泛。例如: 苏燕等^[10]针对新疆某渠首工程泄洪闸有底坎折线型闸底板的特殊形式, 论证了用理想弹塑性有限元进行水闸结构分析的可行性; 苏超等^[11]以江苏省宜陵北闸改造工程为例, 采用有限单元法分析了不同加载方法在水闸改造工程结构应力计算中的差异。

回归分析方法是一种探求变量之间关系的统计方法和技术, 回归分析又分为线性和非线性回归分析^[12]。目前, 关于线性回归分析的研究方法和应用已相对成熟^[13-15], 然而, 非线性回归分析的发展相对滞后且缓慢, 需要庞大且复杂的计算过程。随着计算机技术的进步和计算软件的迅速发展, 非线性回归分析的研究和应用也得到了快速发展^[16-18]。

在非线性回归分析中,多元非线性回归分析是通过
对多个变量组成的非线性回归方程进行拟合而获得
模型,其中,通过非线性最小二乘法估计模型的未知
参数是最广泛的做法。目前,多元非线性回归模型
运用广泛^[19-23]。例如,胡荣光^[24]建立了基础沉降量
与填筑高度、弹性模量、压缩层厚度、时间之间的多
元非线性回归模型,并采用现场实测数据验证了模
型的普适性;刘斯凤等^[25]研究了多因素(掺合料种
类、水胶比、养护龄期、加速腐蚀制度)作用对钢筋混
凝土握裹力变化的多元非线性回归分析模型。

为了给设计人员提供一种方便又准确地计算底
板弯矩的方法,加快设计进度,本文利用有限元法计
算多组考虑接触作用的底板弯矩值,研究了水闸底板
厚度、闸孔宽度、闸墩高度、砂砾石地基厚度 4 个
因素对底板弯矩的影响规律,结合工程实际,基于多
元非线性回归分析,建立底板中心弯矩预测模型,并
对模型的预测效果进行检验。

1 水闸参数对底板弯矩的影响规律

本文以福建省莒口闸为例,考虑闸孔宽度、底板
厚度、闸墩高度、砂砾石地基厚度、弹性模量、闸墩荷
载等因素的影响,建立包含基岩、砂砾石层、底板、闸
墩的整体三维有限元模型,生成高质量三维实体单
元。其中,垫层、防渗墙采用 C15 混凝土,闸底板、
闸墩等结构采用 C30 混凝土。砂砾石地基的弹性
模量为 200 MPa,泊松比为 0.2。有限元网格单元尺
寸为 0.5 ~ 1 m,整体有限元网格模型如图 1 所示。

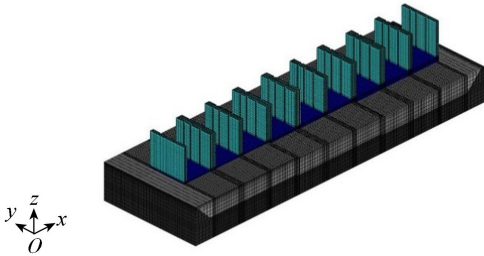
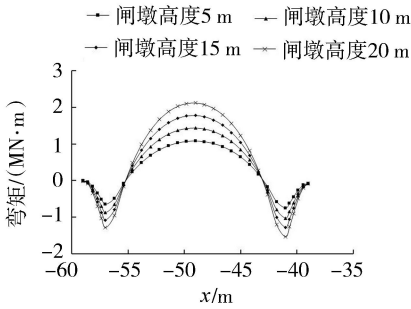


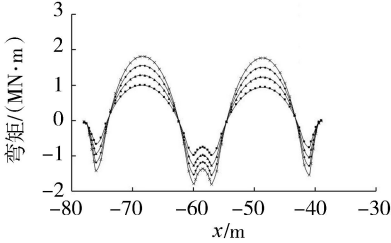
图 1 水闸整体有限元模型

采用接触算法考虑分缝两侧闸墩的相互作用以
及防渗墙与砂砾石地基间的相互作用。模型计算结
果表明,从各单项荷载的计算结果来看,自重是底板
应力的控制性荷载,其效应占总荷载的 80% 左右。
因此,本文中的底板应力分析及预测均基于自重荷
载进行。

水闸底板弯矩分布如图 2 所示,可见底板中心弯
矩绝对值最大,闸墩底部弯矩绝对值略小于底板中心
弯矩绝对值;双孔或单孔闸段最大弯矩以及弯矩分布
规律接近,因此,本文针对双孔闸段进行分析。



(a) 单孔闸段



(b) 双孔闸段

图 2 某水闸底板弯矩分布

本文采用控制变量法研究各参数对底板中心弯
矩的影响规律。

a. 底板厚度。底板厚度影响底板底面地基反
力分布,从而影响底板中心弯矩。因此,底板厚度对
底板中心弯矩的影响较为复杂。在实际工程中,因
水闸荷载不大,水闸实际采用的底板厚度范围为
1.5 ~ 2.5 m。取底板厚度分别为 1.0 m、1.5 m、
2.0 m、2.5 m,控制闸孔宽度为 16 m、闸墩高度为
20 m、砂砾石地基厚度为 10 m,得到底板中心弯矩与
底板厚度的关系如图 3 所示。由图 3 可见,随着底板
厚度的增加,底板中心弯矩呈非线性增加,底板中心弯
矩-底板厚度曲线有斜率变缓的趋势,变缓速度较小。

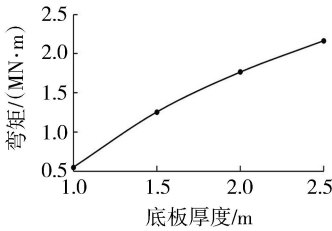


图 3 底板中心弯矩与底板厚度关系

b. 闸孔宽度。闸孔宽度变化导致底板长度增
加,同时影响底板荷载分布,两个因素共同作用,造
成底板中心弯矩变化。水闸一般采用 8 m 以上的孔
径,目前国内最大的孔径为 30 m。取闸孔宽度分别
为 8 m、10 m、12 m、14 m、16 m,控制底板厚度为 2 m、
闸墩高度为 20 m、砂砾石地基厚度为 10 m,得到底
板中心弯矩与闸孔宽度的关系如图 4 所示。由图 4
可见,随着闸孔宽度的增加,底板中心弯矩呈非线性
增加,底板中心弯矩-闸孔宽度曲线有斜率变缓的趋
势,变缓速度较大。

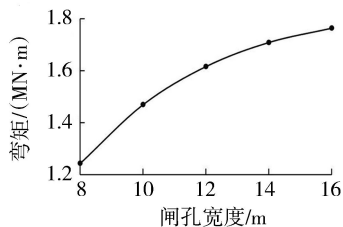


图4 底板中心弯矩与闸孔宽度关系

c. 砂砾石厚度。深层砂砾石地基对底板中心弯矩影响较小,浅层砂砾石地基对底板中心弯矩影响更为显著。平原上砂砾石地基的厚度一般小于30 m。取砂砾石厚度分别为3 m、5 m、10 m、15 m、20 m、30 m,控制底板厚度为2 m、闸孔宽度为16 m、闸墩高度为20 m,得到底板中心弯矩与砂砾石厚度的关系如图5所示。由图5可见,随着砂砾石厚度的增加,底板中心弯矩呈非线性增加,底板中心弯矩-砂砾石厚度曲线有斜率变缓的趋势,变缓速度较大,且大于底板中心弯矩-闸孔宽度曲线斜率的变缓速度。

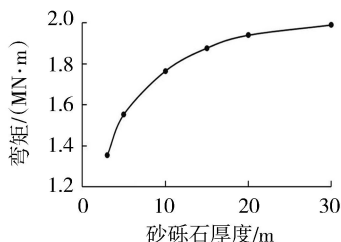


图5 底板中心弯矩与砂砾石厚度关系

d. 闸墩高度。闸墩高度变化相当于闸墩上部荷载变化,与底板中心弯矩的关系较简单。闸墩高度参数的选取主要与水位高度有关,在已建成的水闸中,闸墩高度大多在10 m左右。取闸墩高度分别为5 m、10 m、15 m、20 m,控制底板厚度为2 m、闸孔宽度为16 m、砂砾石地基厚度为10 m,得到底板中心弯矩与闸墩高度的关系如图6所示。由图6可见,随着闸墩高度的增加,底板中心弯矩呈线性增加。

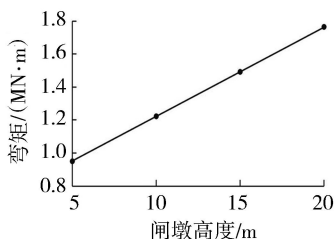


图6 底板中心弯矩与闸墩高度关系

2 多元非线性回归模型

由前文分析可知,水闸底板厚度、闸孔宽度、闸墩高度、砂砾石地基厚度这4个因素都对底板中心弯矩影响显著。底板中心弯矩与底板厚度、闸孔宽度、砂砾石地基厚度呈非线性关系,在预测模型中,

可分别选取3个参数参与训练。底板中心弯矩与闸墩高度呈线性关系,在预测模型中,可选取2个参数参与训练。

本文利用 matlab 非线性回归内置 nlinfit 函数,采用最小二乘估计法,建立影响因素与底板中心弯矩间的非线性函数关系式。其中,水闸闸墩高度与底板中心弯矩呈线性函数关系,可表示为

$$y = mx_3 \quad (1)$$

式中: y 为底板中心弯矩, $\text{MN} \cdot \text{m}$; x_3 为闸墩高度, m ; m 为系数。

底板厚度、闸孔宽度、砂砾石地基厚度与底板中心弯矩呈非线性函数关系,可表示为

$$y = lx_i^n \quad (2)$$

式中: x_i 为底板厚度、闸孔宽度或砂砾石地基厚度, m ; l 、 n 为系数。

因水闸底板厚度、闸孔宽度、闸墩高度、砂砾石地基厚度这4个因素共同作用于底板中心弯矩,为考虑4个自变量之间的相互影响,将函数形式设为

$$y = k[x_1^a x_2^b (x_3 - c) x_4^d] \quad (3)$$

式中: x_1 为水闸底板厚度, m ; x_2 为闸孔宽度, m ; x_4 为砂砾石地基厚度, m ; a 为水闸底板厚度参数; b 为闸孔宽度参数; c 为闸墩高度参数; d 为砂砾石地基厚度参数; k 为总体回归参数。

3 水闸底板中心弯矩预测

将不同类别的设计参数排列组合,形成表1中的54组水平组合。将表中每一组水平组合作为水闸结构的几何参数,基于已建好的有限元模型,利用 ABAQUS 进行计算,得到底板中心的弯矩值。将表1中的前45组样本作为模型拟合样本,以尽可能提高模型的精度;将后9组样本作为预测样本,对模型进行精度检验。

利用 matlab 内置 nlinfit 函数实现样本中前45组数据的非线性拟合,根据最小二乘估计法确定底板中心弯矩预测模型为

$$y = 0.0058x_1^{0.7792}x_2^{0.5079}(x_3 + 13.8681)x_4^{0.0965} \quad (4)$$

利用 nlparci 函数返回置信度为95%的参数置信区间,结果如表2所示。由表2可知,置信区间较窄,且不包含零,说明各个因素影响均不可或缺,模型较好。对该模型进行回归分析,算得均方误差为0.0191。分析各回归参数值可知,底板厚度参数较为接近1,闸孔宽度参数为0.5左右,砂砾石地基厚度参数较为接近0,说明底板中心弯矩与底板厚度、闸孔宽度、砂砾石地基厚度的非线性程度依次递增,

表 1 模型样本

样本 编号	底板 厚度/m	闸孔 宽度/m	闸墩 高度/m	砂砾石 厚度/m	底板中心弯矩/ (MN·m)	样本 编号	底板 厚度/m	闸孔 宽度/m	闸墩 高度/m	砂砾石 厚度/m	底板中心弯矩/ (MN·m)
1	1.5	8	10	5	0.663	28	2.0	8	20	10	1.243
2	1.5	12	10	5	0.612	29	2.0	12	20	10	1.617
3	1.5	16	10	5	0.735	30	2.0	16	20	10	1.765
4	1.5	8	20	5	0.975	31	2.0	8	10	15	0.833
5	1.5	12	20	5	1.135	32	2.0	12	10	15	1.153
6	1.5	16	20	5	1.074	33	2.0	16	10	15	1.305
7	1.5	8	10	10	0.710	34	2.0	8	20	15	1.242
8	1.5	12	10	10	1.265	35	2.0	12	20	15	1.679
9	1.5	16	10	10	0.866	36	2.0	16	20	15	1.877
10	1.5	8	20	10	1.043	37	2.5	8	10	5	1.022
11	1.5	12	20	10	0.869	38	2.5	12	10	5	1.297
12	1.5	16	20	10	1.256	39	2.5	16	10	5	1.330
13	1.5	8	10	15	0.738	40	2.5	8	20	5	1.509
14	1.5	12	10	15	0.919	41	2.5	12	20	5	1.459
15	1.5	16	10	15	0.924	42	2.5	16	20	5	1.923
16	1.5	8	20	15	1.084	43	2.5	8	10	10	0.930
17	1.5	12	20	15	1.333	44	2.5	12	10	10	1.070
18	1.5	16	20	15	1.335	45	2.5	16	10	10	1.505
19	2.0	8	10	5	0.849	46	2.5	8	20	10	1.390
20	2.0	12	10	5	1.062	47	2.5	12	20	10	1.580
21	2.0	16	10	5	1.070	48	2.5	16	20	10	2.165
22	2.0	8	20	5	1.250	49	2.5	8	10	15	0.875
23	2.0	12	20	5	1.493	50	2.5	12	10	15	1.089
24	2.0	16	20	5	1.554	51	2.5	16	10	15	1.607
25	2.0	8	10	10	0.837	52	2.5	8	20	15	1.332
26	2.0	12	10	10	1.110	53	2.5	12	20	15	1.613
27	2.0	16	10	10	1.223	54	2.5	16	20	15	2.304

表 2 回归参数置信区间

回归参数	<i>k</i>	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>d</i>
参数值	0.005 8	0.779 2	0.507 9	-13.868 1	0.096 5
置信区间上限	0.003 6	0.629 0	0.397 8	-18.929 5	0.030 5
置信区间下限	0.007 9	0.929 4	0.929 4	-8.806 6	0.162 6

与前文总结的水闸各设计参数对底板中心弯矩的影响规律相符。

由式(4)计算所得底板中心弯矩值与样本值的对比如图 7 所示,可以看出两条曲线吻合较好。对该模型进行相关性分析,相关系数为 0.934 1,说明该预测模型对数据拟合的效果较好。利用该非线性回归模型对 9 组预测样本进行预测,预测值及样本值对比如图 8 所示。由图 8 可知,该回归模型的预

测效果较好。

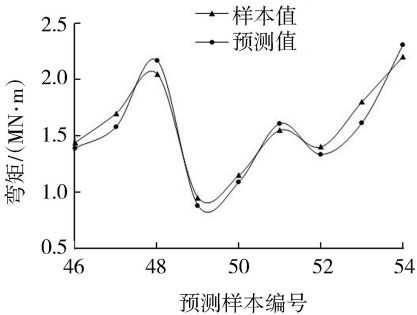


图 8 多元非线性回归模型预测结果拟合曲线

对多元非线性回归模型的拟合样本和预测样本计算预测绝对误差与相对误差。结果表明,54 组样本的平均预测绝对误差为 0.1 MN·m,平均预测相对误差为 9.1%,说明模型的预测精度较高。预测样本的预测结果及误差如表 3 所示,可见多元非线性回归模型的预测结果与 ABAQUS 的计算结果较为相符,误差较小。在实际工程中,将该多元非线性回归模型的弯矩预测结果应用于配筋计算等,可以满足初步设计阶段设计人员对水闸底板弯矩的预测精度要求。

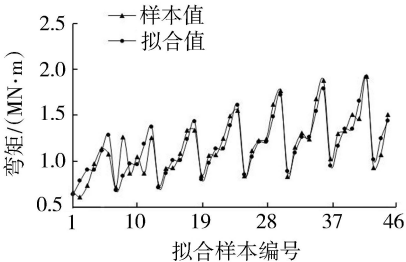


图 7 多元非线性回归模型拟合效果对比

表 3 预测样本的预测结果及误差

预测样本 编号	ABAQUS 计算 结果/(MN·m)	多元非线性回归模型		
		预测结果/ (MN·m)	绝对误差/ (MN·m)	相对 误差/%
46	1.39	1.44	0.05	3.62
47	1.58	1.77	0.19	12.01
48	2.17	2.05	0.12	5.40
49	0.88	1.06	0.18	20.64
50	1.09	1.30	0.21	19.10
51	1.61	1.50	0.11	6.59
52	1.33	1.50	0.17	12.45
53	1.61	1.84	0.23	14.10
54	2.30	2.13	0.17	7.56

4 结 语

针对砂砾石地基上的水闸结构,将底板厚度、闸孔宽度、闸墩高度、砂砾石地基厚度 4 个因素作为变量,考虑闸段与闸段之间的接触效应,通过大量的有限元计算,分析了水闸参数对底板弯矩的影响规律,考虑 4 个因素之间的相互影响,采用多元非线性回归分析方法,建立了水闸底板中心弯矩预测模型。结果表明,底板中心弯矩与底板厚度、闸孔宽度、砂砾石地基厚度呈非线性关系,且非线性程度依次递增;底板中心弯矩与闸墩高度总体呈线性关系;所建立的预测模型相关系数较高,达到 0.9 以上,均方误差较小;54 组样本的平均预测相对误差为 9.1%,预测精度较高。整体而言,构建的砂砾石地基上的水闸底板中心弯矩多元非线性回归预测模型,较为合理地反映了各个因素对底板中心弯矩的影响,且形式简洁、便于工程应用,可将此预测模型的计算结果作为是否采取地基处理措施和施工处理措施的判断依据,也为初步设计阶段水闸底板厚度和闸孔宽度等结构设计参数的确定提供了一种新方法。

参考文献:

[1] 陈宝华, 张世儒. 水闸[M]. 北京: 中国水利水电出版社, 2003.

[2] 沈长松, 王世夏, 林益才, 等. 水工建筑物[M]. 北京: 中国水利水电出版社, 2008.

[3] YANG Lufeng, ZHOU Yue'e, ZHOU Jingjing, et al. Hierarchical stochastic finite element method for structural analysis[J]. Journal of Solid Mechanics, 2013, 26(2): 189-196.

[4] WANG Li, ZHONG Hongzhi. A time finite element method for structural dynamics[J]. Applied Mathematical Modelling, 2017, 41: 445-461.

[5] ABAWI A T. Finite element and boundary methods in structural acoustics and vibration [J]. Journal of the Acoustical Society of America, 2017, 141 (6): 4300-4313.

[6] COLOMBO L, SBARUFATTI C, GIGLIO M. Definition of a load adaptive baseline by inverse finite element method for structural damage identification [J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2019, 120: 584-607.

[7] XU Menghui, DU Jianke, WANG Chong, et al. A dual-layer dimension-wise fuzzy finite element method for structural analysis with epistemic uncertainties[J]. Fuzzy Sets and Systems, 2018, 128(1): 617-635.

[8] WANG L, ZHONG H. A time finite element method for structural dynamics[J]. Applied Mathematical Modelling, 2016, 41: 445-461.

[9] 俞昊捷, 沈振中, 徐力群, 等. 折叠液压坝支撑结构工作特性有限元分析[J]. 水利水电科技进展, 2019, 39 (5): 83-88. (YU Haojie, SHEN Zhenzhong, XU Liqun, et al. Operating characteristics of support structure for a folding hydraulic lifting dam by FEM[J]. Advances in Science and Technology of Water Resources, 2019, 39 (5): 83-88. (in Chinese))

[10] 苏燕, 譙雯, 武甲中. 砂土地基水闸三维弹塑性静力有限元研究[J]. 福州大学学报(自然科学版), 2012, 40(2): 248-253. (SU Yan, QIAO Wen, WU Jiazhong. 3D elasto-plastic finite element analysis of sluice seated on sand foundation[J]. Journal of Fuzhou University(Natural Science Edition), 2012, 40 (2): 248-253. (in Chinese))

[11] 苏超, 牛先玄, 尹晓明. 水闸改造工程有限元计算方法研究[J]. 水利水电技术, 2015, 46(10): 98-100. (SU Chao, NIU Xianxuan, YING Xiaoming. Study on finite element method for sluice renovation project [J]. Water Conservancy and Hydropower Technology, 2015, 46(10): 98-100. (in Chinese))

[12] 陈红, 周国梁, 闫静, 等. 基于回归分析的表面流场粒子匹配算法[J]. 水利水电科技进展, 2020, 40(1): 32-36. (CHEN Hong, ZHOU Guoliang, YAN Jing, et al. Study on particle matching algorithm for surface flow field based on regression analysis [J]. Advances in Science and Technology of Water Resources, 2020, 40 (1): 32-36. (in Chinese))

[13] 张天一, 符一平, 王志刚. 基于不确定环境下的线性回归分析模型[J]. 模糊系统与数学, 2016, 30(4): 169-175. (ZHANG Tianyi, FU Yiping, WANG Zhigang. Uncertain linear regression analysis model [J]. Fuzzy System and Mathematics, 2016, 30(4): 169-175. (in Chinese))

[14] 郑剑, 邹鸿珍. 差异化隐私预算分配的线性回归分析算法[J]. 计算机应用与软件, 2016, 33(3): 275-278. (ZHENG Jian, ZOU Hongzhen. Linear regression analysis algorithm of differential privacy budget allocation [J]. Computer Application and Software, 2016, 33(3): 275-278. (in Chinese))

[15] 王惠文, 李楠. 基于全信息的正态分布型数据的线性回归分析[J]. 北京航空航天大学学报, 2012, 38

- (10): 1275-1279. (WANG Huiwen, LI Nan. Linear regression analysis for normal distribution valued data based on complete information [J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2012, 38 (10): 1275-1279. (in Chinese))
- [16] 高武, 洪开荣, 潘彬. 大型 PPP 项目平稳演化风险非线性回归测度模型及实证分析 [J]. 科技管理研究, 2017, 37 (8): 216-222. (GAO Wu, HONG Kairong, PAN bin. Nonlinear time-varying measurement model and empirical analysis about smooth evolution risk of the large PPP project [J]. Research on Science and Technology Management, 2017, 37(8): 216-222. (in Chinese))
- [17] 杨胜, 张莉, 徐宏, 等. 组合曲线回归法计算螺旋扁管内对流传热系数 [J]. 低温与超导, 2011, 39(7): 69-73. (YANG Sheng, ZHANG Li, XU Hong, et al. Combined curvilinear regression method for calculating convective heat transfer coefficient in spiral flat tubes [J]. Cryogenics and Superconductivity, 2011, 39(7): 69-73. (in Chinese))
- [18] 张世强, 张雷, 吕杰能. 关于非等距序列建模过程的讨论 [J]. 数学的实践与认识, 2007 (18): 50-56. (ZHANG Shiqiang, ZHANG Lei, LYU Jieneng. Discussion on modeling process of non-equidistance sequence [J]. Practice and Understanding of Mathematics, 2007(18): 50-56. (in Chinese))
- [19] LAMICH M, BALCELLS J, CORBALAN M, et al. Nonlinear loads model for harmonics flow prediction, using multivariate regression [J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2017, 64(6): 4820-4837.
- [20] ZHANG W G, GOH A T C. Nonlinear structural modeling using multivariate adaptive regression splines [J]. Computers and Concrete, 2015, 16(4): 569-585.
- [21] KERN C, STEIN P. Comparing coefficients of nonlinear multivariate regression models between equations [J]. Survey Research Methods, 2015, 9(3): 159-167.
- [22] JIANG J C. Multivariate functional-coefficient regression models for nonlinear vector time series data [J]. Biometrika, 2014, 101(3): 689-702.
- [23] MANOOCHHEHR F, MOHAMMAD T S, MOSTAFA R. Numerical simulation of the hydraulic performance of triangular and trapezoidal gabion weirs in free flow condition [J]. Flow Measurement and Instrumentation, 2018, 62: 93-104.
- [24] 胡荣光. 基于分层总和法的路基沉降时序规律多元非线性回归分析 [J]. 铁道工程学报, 2009, 26(3): 7-10. (HU Rongguang. Multivariate nonlinear regression analysis of time series law to subgrade settlement of high-speed railway based on the foundation of layer-summation [J]. Journal of Railway Engineering, 2009, 26(3): 7-10. (in Chinese))
- [25] 刘斯凤, 郭泗军, 史翠平. 多因素对钢筋混凝土握裹力的影响及回归模型 [J]. 建筑材料学报, 2016, 19 (1): 162-165. (LIU Sifeng, GUO Sijun, SHI Cuiping. Influence of multi-factors on bond strength of reinforced concrete and regression model [J]. Journal of Building Materials, 2016, 19(1): 162-165. (in Chinese))
- (收稿日期:2019-12-08 编辑:雷燕)
- +++++
- (上接第 61 页)
- [11] 周颖, 郑源, 汪昊蓝, 等. 不同空化条件下轴流泵反向发电压力脉动特性研究 [J]. 南水北调与水利科技, 2019, 17 (1): 178-185. (ZHOU Ying, ZHENG Yuan, WANG Haolan, et al. Study on pressure fluctuation characteristics of axial flow pump in reverse power generation under different cavitation conditions [J]. South-to-North Water Transfers and Water Science & Technology, 2019, 17(1): 178-185. (in Chinese))
- [12] 吕蕊蕊, 郑源, 张德虎, 等. 基于 FBM 模型的轴流泵空化流动特性 CFD 分析 [J]. 南水北调与水利科技, 2020, 18 (1): 150-165. (LYU Ruirui, ZHENG Yuan, ZHANG Defu, et al. CFD analysis of cavitation flow for axial-flow pump based on FBM model [J]. South-to-North Water Transfers and Water Science & Technology, 2020, 18(1): 150-165. (in Chinese))
- [13] MOHAMMAD T, SHERVANI T, NAVID S T. Movement of location of tip vortex cavitation along blade edge due to reduction of flow rate in an axial pump [J]. International Journal of Mechanical, Aerospace, Industrial, Mechatronic and Manufacturing Engineering, 2012, 6(1): 294-298.
- [14] ZHANG Desheng, SHI Lei, SHI Weidong, et al. Numerical analysis of unsteady tip leakage vortex cavitation cloud and unstable suction-side-perpendicular cavitating vortices in an axial flow pump [J]. International Journal of Multiphase Flow, 2015, 77: 244-259.
- [15] 沈熙, 张德胜, 刘安, 等. 轴流泵叶顶泄漏涡与垂直涡空化特性 [J]. 农业工程学报, 2018, 34 (12): 87-94. (SHEN Xi, ZHANG Desheng, LIU An, et al. Cavitation characteristics of tip leakage vortex and suction-side-perpendicular vortices in axial flow pump [J]. Transactions of the Chinese Society of Agricultural Engineering, 2018, 34(12): 87-94. (in Chinese))
- [16] ZHANG Desheng, SHI Lei, ZHAO Ruijie, et al. Study on unsteady tip leakage vortex cavitation in an axial-flow pump using an improved filter-based model [J]. Journal of Mechanical Science and Technology, 2017, 33(2): 659-667.
- [17] 张文鹏, 汤方平, 石丽建, 等. 不同导叶参数对混流泵水力性能的影响 [J]. 水利水电科技进展, 2017, 37 (6): 32-37. (ZHANG Wenpeng, TANG Fangping, SHI Lijian, et al. Influence of different parameters of guide vane on hydraulic characteristics of mixed-flow pump [J]. Advances in Science and Technology of Water Resources, 2017, 37(6): 32-37. (in Chinese))
- (收稿日期:2020-03-01 编辑:雷燕)