

DOI:10.3880/j.issn.1006-7647.2021.02.009

基于格子玻尔兹曼方法的液滴撞击移动液膜过程模拟

袁浩¹, 黄宏宝², 郭平措³, 何小珑²

(1. 重庆交通大学重庆西南水运工程科学研究所, 重庆 400074;

2. 四川大学水力学及山区河流开发保护国家重点实验室, 四川 成都 610065;

3. 青海省水利水电勘测设计研究院, 青海 西宁 810001)

摘要:采用可调节表面张力的大密度比格子玻尔兹曼伪势模型模拟了液滴撞击移动液膜的过程,并进一步分析了雷诺数、韦伯数和初始液膜运动速度对液冠演化的影响。结果表明:初始液膜运动速度会增大上游液冠处撞击后液膜运动速度不连续性,促进上游液冠变形,同时减小了下游液冠处撞击后液膜运动速度不连续性,对下游液冠演化具有抑制作用;上游液冠高度随雷诺数增大而增大,但不随韦伯数的变化发生改变,而下游液冠高度则随着雷诺数和韦伯数的增大而减小,但雷诺数和韦伯数均不影响到液冠半径的演化;随着初始液膜运动速度增大,上、下游液冠高度减小,但液冠半径增大。格子玻尔兹曼伪势模型模拟结果与试验结果和理论分析一致,证明格子玻尔兹曼伪势模型可以有效模拟复杂液膜条件下液滴撞击液膜过程。

关键词:液滴;移动液膜;格子玻尔兹曼方法;液冠演化;雷诺数;韦伯数

中图分类号:TV131.2

文献标志码:A

文章编号:1006-7647(2021)02-0057-06

Simulation of a droplet impacting on a moving liquid film with lattice Boltzmann method//YUAN Hao¹, HUANG Hongbao², GUO Pingcuo³, HE Xiaolong²(1. Chongqing Southwest Research Institute for Water Transport Engineering, Chongqing Jiaotong University, Chongqing 400074, China; 2. State Key Laboratory of Hydraulics and Mountain River Engineering, Sichuan University, Chengdu 610065, China; 3. Qinghai Water Resources Hydropower Survey and Design Institute, Xining 810001, China)

Abstract: The pseudo-potential lattice Boltzmann method (LBM) with a tunable surface tension source term was applied to study a droplet impacting on a moving thin film. The effects of Reynolds number, Weber number and liquid film velocity on the evolution process of the liquid crown were analyzed. The results show that the initial liquid film velocity aggravates the kinematic discontinuity at the upstream liquid crown after impacting, leading to a dramatic deformation of the upstream liquid crown. However, the kinematic discontinuity in the liquid film at the downstream liquid crown is reduced, which can suppress the evolution of the downstream liquid crown. The upstream crown height increases with the increase of Reynolds number, but does not change with Weber number. The downstream crown height decreases with the increase of both Reynolds number and Weber number but the evolution process of the crown radius is not affected. Furthermore, with the increase of the initial liquid film velocity, both the upstream and downstream crown heights decrease, but the radius of the crown increases. The simulation results of LBM agree well with the experimental results and theoretical analysis, which proves that the pseudo-potential LBM is a robust and effective tool to simulate the process of a droplet impacting on a liquid film under complex conditions.

Key words: droplet; moving liquid film; lattice Boltzmann method; crown evolution; Reynolds number; Weber number

液滴撞击液膜现象广泛存在于泄洪雾化、喷墨打印、雨滴冲击地面积水等自然和工程现象中。通常液滴撞击固壁边界后在固壁上发生聚集现象形成液膜,随后发生液滴撞击液膜现象。早期研究表明液滴撞击液膜后演化过程主要与液滴碰撞速度、流

体性质、液膜厚度及壁面物理化学性质相关。

迄今为止,前人对液滴撞击液膜过程进行了大量试验及数值模拟研究。试验研究主要通过高速摄像机捕捉液冠演化过程,并分析各无量纲参数对液冠演化过程的影响,主要包括雷诺数 Re 、韦伯数 We 和液

基金项目:国家重点研发计划(2016YFC0402006,2016YFC0401906);国家自然科学基金(51979183)

作者简介:袁浩(1989—),男,助理研究员,博士,主要从事高速水力学研究。E-mail:yuanhao@cqjtu.edu.cn

通信作者:何小珑(1990—),男,助理研究员,博士,主要从事水力学及河流动力学研究。E-mail:xiaolong_hescu@yahoo.com.hk

膜厚度^[1-3]。Rioboo 等^[3]通过试验研究将液滴撞击液膜后形态演化分成了融合、反弹、部分反弹、液冠及飞溅 5 种情况。试验结果表明液冠半径与无量纲时间的平方根成正比^[1-2],液滴撞击液膜后在液膜中形成的速度不连续性是液冠形成的原因^[1]。然而液膜并非静止的,通常会在平面上发生流动。Alghoul 等^[4]首先研究了液滴撞击移动液膜的过程,随后不同参数对液滴撞击液膜的影响研究相继展开,如 Castrejón-Pita 等^[5]将液滴撞击移动液膜的形态归纳为融合、剧烈飞溅、部分或完全反弹以及液冠这 4 种形态,而形态演化的主要影响参数是初始液膜运动速度和碰撞速度;Gao 等^[6]研究了液冠延伸率和液冠半径随时间的变化,通过试验研究得到了液滴撞击移动液膜时液冠半径与时间的关系和液冠纵向延伸率变化规律。

宏观数值模拟可以获得液冠演化及破碎过程中流场及涡量场的详细变化过程,主要包括边界积分法和基于 N-S 方程与界面追踪方法的多相流模拟方法。研究者们利用此类方法分析了液滴飞溅的临界条件,指出液冠半径与无量纲液冠演化时间成正比,其破碎的原因是液冠末端的 Rayleigh-Taylor 不稳定性^[7-10]。格子玻尔兹曼方法 (lattice Boltzmann method, LBM) 作为一种宏观数值模拟方法,已经发展成为研究复杂多相流现象的有效数值模拟方法,被用于多种液滴撞击液膜的复杂多相流现象的模拟。与传统宏观多相流数值模拟方法相比, LBM 优势^[11-13]在于:①可以实现完全并行和分块计算;②避免了传统宏观方程中的非线性对流项的处理,只需要求解一系列线性方程组;③压力仅与流体状态方程相关,不要求解泊松方程来获得压力。其中 LBM 伪势模型由于其简洁性和计算便利性被广泛应用,该模型不需要进行界面跟踪,通过粒子间作用的伪势可以自动形成两相交界面^[14],已被成功用于液滴撞击静止液膜的研究^[15-17]。目前基于液膜静止过程的研究还缺乏对液冠演化过程的精确验证,无法保证模型模拟的准确性^[15-20]。由于液滴撞击液膜过程中液膜往往无法保持静止,因此研究液滴撞击移动液膜的过程具有非常重要的意义。

本文通过 LBM 伪势模型模拟了液气密度比为 720 条件下液滴撞击移动液膜的过程,分析了液膜运动速度等参数对液冠形态演化的影响,并将结果与现有半经验公式进行对比,以分析液冠半径及液冠高度随时间的变化规律,可为深入揭示复杂条件下液滴撞击液膜过程相应机理提供参考。

1 数值模型

本文主要采用多松弛时间 (MRT) 碰撞算子实现

流体对流过程模拟,以获得更好的数值稳定性。采用 MRT 碰撞算子的相应粒子分布方程^[21]可以表示为

$$f_i(\mathbf{x} + \mathbf{e}_i \Delta t, t + \Delta t) = f_i(\mathbf{x}, t) - \bar{\Lambda}_{ij}(f_j - f_{j,eq}) \Big|_{(\mathbf{x},t)} + (I_{ij} - 0.5 \bar{\Lambda}_{ij}) S_j \Delta t \Big|_{(\mathbf{x},t)} + C_i \quad (1)$$

式中: f_i 为粒子分布函数; $f_{i,eq}$ 为粒子平衡态分布函数; \mathbf{x} 为粒子空间位置; Δt 为时间步长; \mathbf{I} 为单位矩阵; $\bar{\Lambda}$ 为碰撞矩阵, $\bar{\Lambda} = \mathbf{M} \mathbf{A} \mathbf{M}^{-1}$, 其中 \mathbf{M} 为转换矩阵, \mathbf{M}^{-1} 为 \mathbf{M} 矩阵的逆矩阵; S_j 为外力项; \mathbf{e}_i 为 i 方向的离散速度。松弛矩阵 \mathbf{A} 由不同松弛参数构成^[21]:

$$\mathbf{A} = \text{diag}(\tau_\rho^{-1}, \tau_e^{-1}, \tau_\xi^{-1}, \tau_g^{-1}, \tau_q^{-1}, \tau_g^{-1}, \tau_q^{-1}, \tau_v^{-1}, \tau_v^{-1}) \quad (2)$$

式中: $\tau_\rho, \tau_e, \tau_\xi, \tau_g, \tau_q, \tau_v$ 分别为与密度、系统总能、容积黏度、动量、系统内能和黏滞系数相关的松弛系数。本文相关松弛系数选取如下: $\tau_\rho^{-1} = \tau_g^{-1} = 1.0$, $\tau_e^{-1} = \tau_\xi^{-1} = \tau_q^{-1} = 1.1$ 。

宏观密度 ρ 和流场实际速度 \mathbf{u} 可通过以下公式^[11]求得

$$\rho = \sum_i f_i \quad \rho \mathbf{u} = \sum_i f_i \mathbf{e}_i + \frac{1}{2} \mathbf{F} \Delta t \quad (3)$$

本文采用的外力格式为 Li 等^[21]提出的满足热力学一致性的外力格式

$$\mathbf{S} = \rho(0, 6(u_x F_x + u_y F_y) + \frac{12\varepsilon |\mathbf{F}_m|^2}{\psi^2 \Delta t (\tau_e - 0.5)}, -6(u_x F_x + u_y F_y) - \frac{12\varepsilon |\mathbf{F}_m|^2}{\psi^2 \Delta t (\tau_e - 0.5)}, F_x, -F_x, F_y, -F_y, 2(u_x F_x - u_y F_y), u_x F_x + u_y F_y)^T \quad (4)$$

式中: ε 为调节热力学一致性的参数; ψ 为粒子间的伪势; F_x, F_y, u_x, u_y 分别为作用在粒子上的合力 \mathbf{F} 和流场实际速度 \mathbf{u} 在 x, y 方向上的分量; \mathbf{F}_m 为粒子间的相互作用力。本文计算伪势 ψ 时引入 Carnahan-Starling (C-S) 状态方程^[22]:

$$P = \rho RT \frac{1 + bp/4 + (bp/4)^2 - (bp/4)^3}{(1 - bp/4)^3} - a\rho^2 \quad (5)$$

其中 $a = 0.4963R^2 T_c^2 / P_c$ $b = 0.1873RT_c / P_c$ 式中: a, b, R 为相关参数, 取值为 $a = 0.25, b = 4, R = 1$; T_c 为临界温度; P_c 为临界压力。

为获得可单独调节表面张力的模型, 式 (1) 中源项 \mathbf{C} ^[21] 为

$$\mathbf{C} = \rho(0, 1.5\tau_e^{-1}(Q_{xx} + Q_{yy}), -1.5\tau_\xi^{-1}(Q_{xx} + Q_{yy}), 0, 0, 0, 0, -1.5\tau_v^{-1}(Q_{xx} - Q_{yy}), -\tau_v^{-1}Q_{xy})^T \quad (6)$$

式中 \mathbf{Q} 可以通过下式求解^[21]:

$$\mathbf{Q} = \kappa \frac{G}{2} \psi(\mathbf{x}) \sum_i \omega_i [\psi(\mathbf{x} + \mathbf{e}_i \Delta t) - \psi(\mathbf{x})] \mathbf{e}_i \mathbf{e}_i \quad (7)$$

式中： κ 为表面张力调节参数； G 为粒子之间的相互作用强度； ω_i 为不同离散速度方向的权重系数。

2 模型验证

2.1 边界及初始条件

液滴撞击移动液膜计算示意图及液冠形状演化相关参数如图 1 所示，计算区域为 1001×301 矩形区域，图中 r_0 为液滴初始半径， H 为液膜厚度， u_0 为液滴撞击液膜的速度， u_f 为初始液膜运动速度。计算域上部边界及左右边界为非平衡外推边界，底部边界为无滑移边界。结合液相密度 ρ_l 、液相黏滞系数 ν_l 、表面张力 σ 和时间 t 可以获得液滴撞击液膜时液冠演化形态的控制性无量纲参数：

$$\begin{cases} Re = \frac{2r_0 u_0}{\nu_l} & We = \frac{2\rho_l r_0 u_0^2}{\sigma} \\ h^* = \frac{H}{2r_0} & t^* = \frac{u_0 t}{2r_0} & u^* = \frac{u_f}{u_0} \end{cases} \quad (8)$$

式中： Re 为雷诺数； We 为韦伯数； h^* 为液膜无量纲厚度； t^* 为无量纲时间； u^* 为初始无量纲液膜运动速度。液冠形状演化过程中相应参数如图 2 所示，图中 r_c 为液冠半径， H_u 为液冠上游高度， H_d 为液冠下游高度，对 3 个参数进行无量纲化：

$$r^* = \frac{r_c}{2r_0} \quad H_u^* = \frac{H_u}{2r_0} \quad H_d^* = \frac{H_d}{2r_0} \quad (9)$$

式中： r^* 为无量纲半径； H_u^* 为无量纲上游液冠高度； H_d^* 无量纲下游液冠高度。

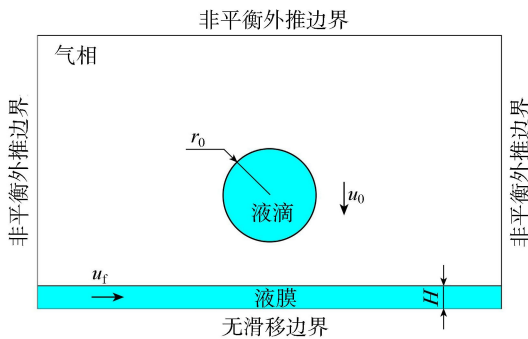


图 1 液滴撞击液膜计算区域示意图

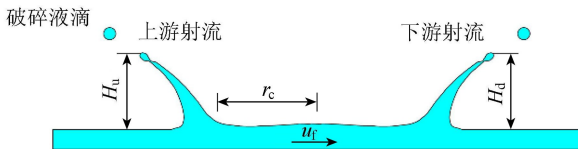


图 2 液冠演化过程示意图

液滴周边和液膜附近密度场分别通过式 (10) (11) 初始化：

$$\rho(x, y) = \frac{\rho_l + \rho_g}{2} + \frac{\rho_l - \rho_g}{2} \tanh\left\{ \frac{2[\sqrt{(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2} - r_0]}{w} \right\} \quad (10)$$

$$\rho(x, y) = \frac{\rho_l + \rho_g}{2} + \frac{\rho_l - \rho_g}{2} \tanh\left[\frac{2(y_1 - H)}{w} \right] \quad (11)$$

式中： (x_0, y_0) 为液滴中心； ρ_g 为初始汽相密度； y_1 为气液交界面位置； w 为初始界面宽度，考虑到计算稳定性和物理真实性，设为 5。

2.2 液滴撞击静止液膜验证

首先利用液滴撞击静止液膜的演化过程来验证模型的可靠性。液滴初始半径 $r_0 = 50$ ，液膜厚度 $H = 25$ 。本文采用等温模型，选取初始温度 $T = 0.5T_c$ ，对应液气密度比 $\rho_l/\rho_g = 720$ 。液滴撞击液膜速度设置为 $u_0 = 0.125$ ，初始无量纲液膜运动速度 $u^* = 0$ ，松弛系数 $\tau_v = 0.5375$ ，表面张力调节参数 $\kappa = 0.2$ ，对应表面张力 $\sigma = 0.0083$ 。相应的 Re 和 We 分别为 500 和 87.8。液滴撞击液膜后液冠形态演化过程如图 3 所示。

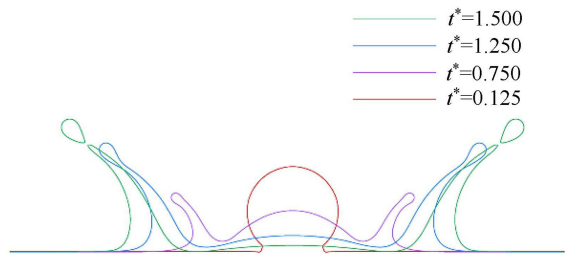


图 3 液滴撞击静止液膜不同时刻液冠形态演化过程

液滴半径演化过程本文模型模拟结果与 Gao 等^[6]半经验公式计算结果对比如图 4 所示，可见两者结果一致。对比发现 Gao 等^[6]模型试验结果在演化过程中，其半径变化略小于公式计算值，其原因在于 Gao 等^[6]在公式推导过程中假设在液冠形成之前液滴会与液膜完全融合，这一假设与试验现象^[3]和数值模拟结果^[10,14,18-20]存在差异。进一步将本文模型模拟结果中的液冠垂向延伸率 S_l 与 Gao 等^[6]半经验公式计算结果进行对比，结果如图 5 所示。在 $t^* = 0.500 \sim 1.200$ 时，本文模型模拟结果与

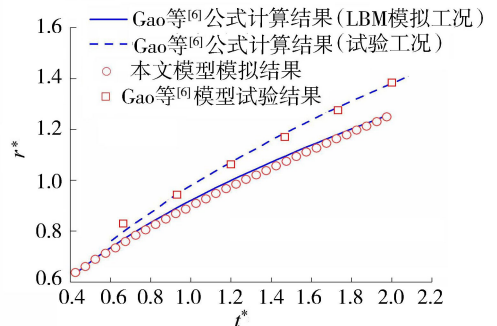


图 4 液滴半径演化过程验证

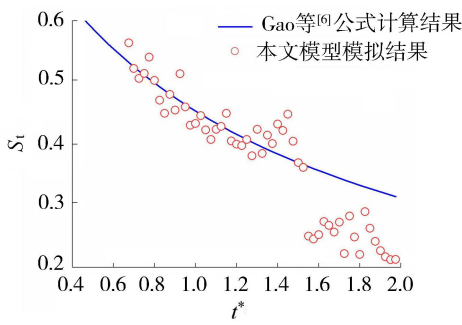


图5 液冠垂向延伸率演化过程验证

Gao 等^[6]半经验公式计算结果吻合良好,但当 $t^* = 1.200 \sim 1.500$ 时,本文模型模拟结果突然增大,此时发生液冠不稳定现象,液滴开始脱落,导致液冠垂向延伸率增大。随着液滴脱落,在 $t^* = 1.500 \sim 2.000$ 时,液冠垂向延伸率迅速下降,低于 Gao 等^[6]半经验公式计算结果。

3 模拟结果与分析

为分析不同 Re 、 We 和 u^* 对液冠演化的影响,选取的相关参数如表 1 所示。模拟过程中保持液滴撞击速度不变,通过调节 τ_v 和 κ 获得 Re 和 We 。

表 1 液滴撞击移动液膜相关参数

参数组合	Re	We	u^*
1	1000	87.8	0.5
2	1000	87.8	0.8
3	1000	87.8	1.0
4	1000	139.4	0.5
5	1000	1165.5	0.5
6	500	87.8	0.5
7	200	87.8	0.5

3.1 Re 的影响

不同 Re 条件下液滴撞击液膜过程如图 6 所示。随着 Re 的增大,上、下游液冠厚度减小,同时液冠高度增大,液冠更容易发生破碎。受到初始无量纲液膜运动速度 u^* 的影响,上、下游液冠演化过程呈现不对称性。当 $t^* = 1.250$ 时,在 $Re = 500$ 和 $Re = 1000$ 条件下上游液冠均已发生破碎;当 $t^* = 2.000$ 时,在 $Re = 1000$ 条件下上游液冠已发生二次破碎,但在 $Re = 200$ 条件下上游液冠此时才发生破碎。不同 Re 条件下,整个演化过程中下游液冠并不发生破碎。

不同 Re 条件下,上、下游液冠高度和半径演化过程如图 7 所示。上、下游液冠高度均随 Re 的增大而增大,且在同一时刻上游液冠高度大于下游液冠高度。此时液滴撞击液膜后产生的环向速度与初始液膜运动速度相反,上游液冠处撞击后液膜运动速度不连续性增大,促进了上游液冠生长和破碎过程。而下游液冠处撞击后产生的环向速度与初始液膜运动速度方向相同,减小了下游液冠处撞击后液膜运动

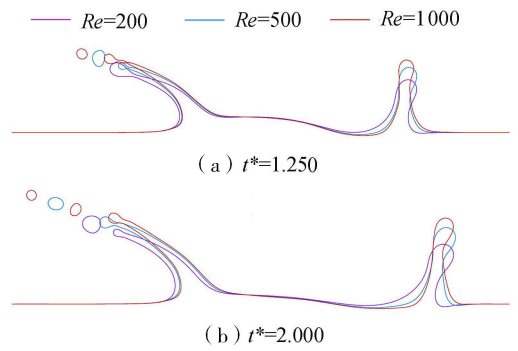
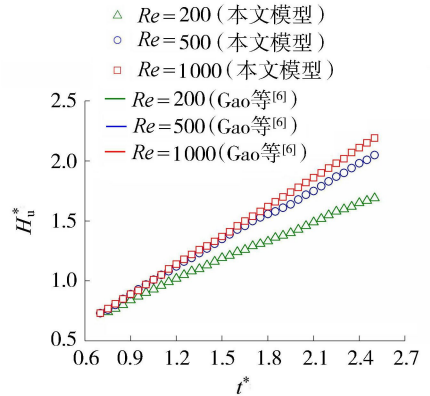
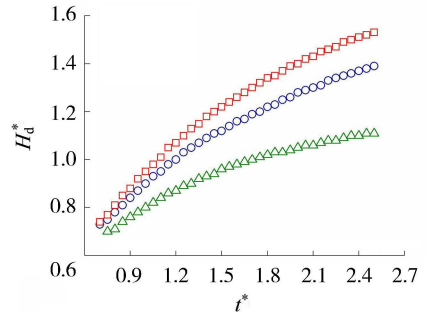


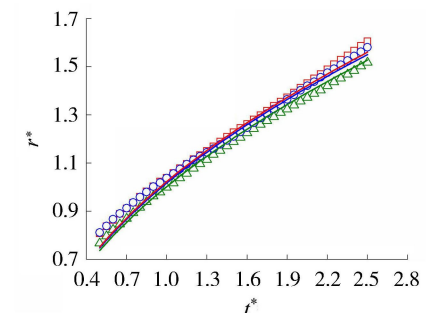
图6 不同 Re 条件下液滴撞击移动液膜时液冠演化形态



(a) 上游液冠高度演化



(b) 下游液冠高度演化



(c) 液冠半径演化

图7 不同 Re 条件下液滴撞击移动液膜时液冠参数演化过程

速度不连续性,抑制了下游液冠的生长。根据 Gao 等^[6]的半经验公式,在 $Re = 200, 500, 1000$ 条件下对应的能量损失系数分别为 0.50、0.52 和 0.52,本文模型计算结果与 Gao 等^[6]的半经验公式计算结果十分吻合(图 7(c))。

3.2 We 的影响

不同 We 条件下液滴撞击液膜过程如图 8 所示。上游液冠随 We 的增大末端 Rayleigh-Taylor 不稳定性增强,表面张力减小后液冠难以维持稳定形态更易发生破碎。破碎液滴大小也随 We 的增大而减小,在 $t^* = 1.250$ 时,不同 We 条件下液冠均可以观察到明显的二次破碎。下游液冠稳定性也随着 We 的增大而减小,但均未发生破碎。当 $We = 1165.5$ 时下游液冠变形远大于 $We = 87.8, 139.4$ 时下游液冠变形。

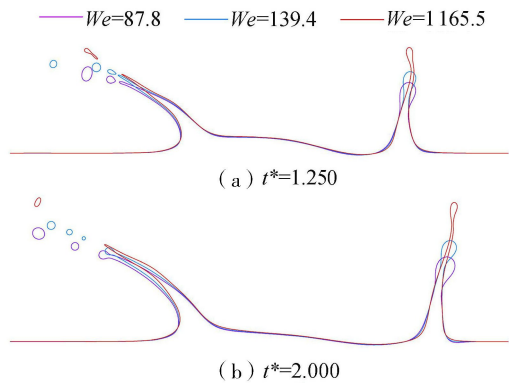
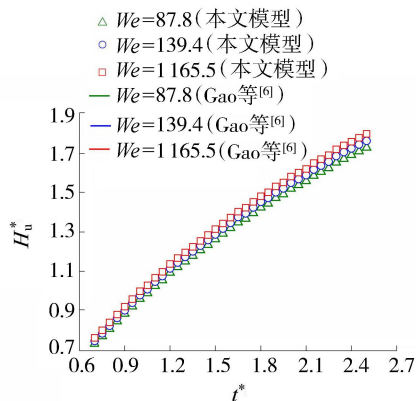


图 8 不同 We 条件下液滴撞击移动液膜时液冠演化形态

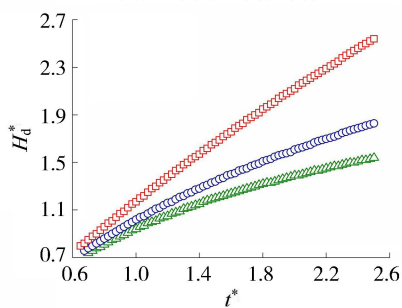
不同 We 条件下,上、下游液冠高度和液冠半径演化过程如图 9 所示。上游液冠高度不随着 We 的增大而增大,而下游液冠高度随着 We 的增大而增大。在同一时刻下游液冠高度大于上游液冠高度。上游液冠受到初始液膜运动速度的影响, Rayleigh-Taylor 不稳定性增强,末端极易发生破碎,导致上游液冠高度接近。但初始液膜运动速度抑制了下游液冠的 Rayleigh-Taylor 不稳定性,致使下游液冠并不易发生液滴脱落。同时表面张力随着 We 的增大而减小,液冠抗变形能力降低,大 We 时下游液冠变形更大,因此液冠高度更高。由图 9(c)可知, We 的变化也不影响液冠半径的演化。当 $We = 87.8, 139.4, 1165.6$ 时对应的能量损失系数分别为 0.52、0.51 和 0.49, We 对液滴撞击液膜过程中能量损失系数变化的影响可以忽略,本文模型计算结果与 Gao 等^[6]的半经验公式计算结果十分吻合。

3.3 初始无量纲液膜运动速度的影响

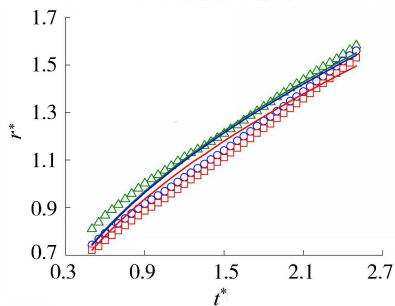
不同初始无量纲液膜运动速度条件下液滴撞击液膜过程如图 10 所示。上、下游液冠高度均随初始无量纲液膜运动速度 u^* 的增大而减小。当 $t^* = 2.000$ 时,在 $u^* = 0.8$ 和 $u^* = 1.0$ 条件下液冠末端均出现二次破碎。随着 u^* 增大,上游液冠处液滴撞击产生的环向速度与初始液膜运动速度方向相反,上游液冠处撞击后液膜运动速度不连续性增大,导致上游液冠末端 Rayleigh-Taylor 不稳定性增强。而下游液冠处液滴撞击产生的环向速度与初始液膜运动速度



(a) 上游液冠高度演化



(b) 下游液冠高度演化



(c) 液冠半径演化

图 9 不同 We 条件下液滴撞击移动液膜时液冠参数演化过程

方向相同,下游液冠处撞击后液膜运动速度不连续性减小,下游液冠 Rayleigh-Taylor 不稳定性随之减小。

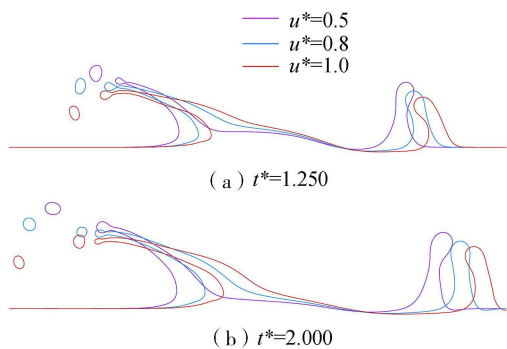


图 10 不同初始无量纲液膜运动速度条件下液滴撞击移动液膜时液冠演化形态

不同初始无量纲液膜运动速度条件下上、下游液冠高度和液冠半径演化过程如图 11 所示。上、下游液冠高度均随着初始无量纲液膜运动速度 u^* 的增大而减小,上游液冠飞溅角受到初始液膜运动速

度和液滴撞击速度的共同作用,随着 u^* 增大,上游液冠飞溅角减小。液冠半径随 u^* 增大而增大,当 $u^* = 0.5, 0.8, 1.0$ 时对应的能量损失系数分别为 0.52、0.58 和 0.62,随着 u^* 增大,撞击过程中能量损失系数增大,由图 11(c)可知,本文模型计算结果与 Gao 等^[6]的半经验公式计算结果十分吻合。

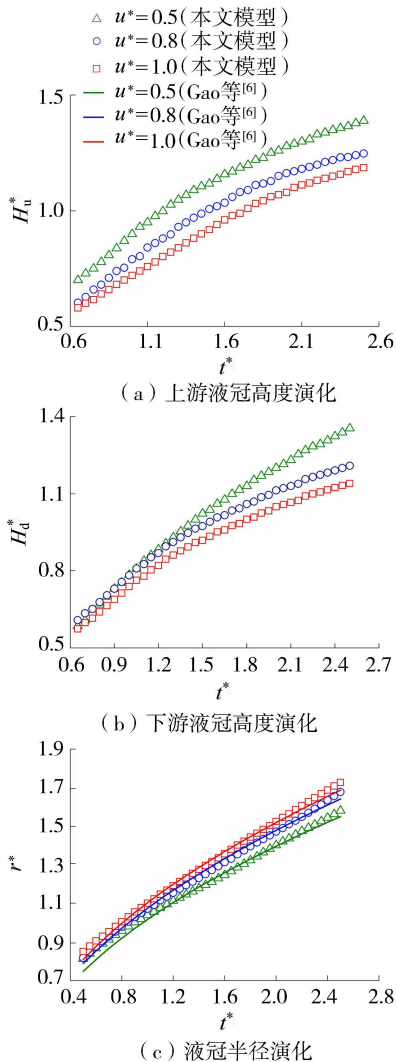


图 11 不同初始无量纲液膜运动速度条件下液滴撞击移动液膜时液冠参数演化过程

4 结论

a. 受到初始液膜运动速度的影响,上游液冠处撞击后液膜运动速度不连续性增大, Rayleigh-Taylor 不稳定性加剧,更易发生破碎。而下游液冠处撞击后液膜运动速度不连续性减小,下游液冠更稳定。

b. 上、下游液冠高度均随 Re 的增大而增大,但液冠半径演化过程不随 Re 的增大而改变。

c. We 的变化影响到液冠末端稳定性,上游液冠高度不随 We 增大而改变,下游液冠随 We 增大而发生剧烈变形,液冠高度随 We 增大而增大。

d. 随着初始无量纲液膜运动速度 u^* 的增大,液滴撞击过程中能量损失系数增大,上、下游液冠高度均减小,液冠半径则随 u^* 的增大而增大。

参考文献:

- [1] YARIN A L, WEISS D A. Impact of drops on solid surfaces: self-similar capillary waves, and splashing as a new type of kinematic discontinuity [J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 1995, 283: 141-173.
- [2] COSSALI G E, MARENGO M, COGHE A, et al. The role of time in single drop splash on thin film [J]. *Experiments in Fluids*, 2004, 36(6): 888-900.
- [3] RIOBOO R, BAUTHIER C, CONTI J, et al. Experimental investigation of splash and crown formation during single drop impact on wetted surfaces [J]. *Experiments in Fluids*, 2003, 35(6): 648-652.
- [4] ALGHOUL S K, EASTWICK C N, HANN D B. Normal droplet impact on horizontal moving films: an investigation of impact behaviour and regimes [J]. *Experiments in Fluids*, 2011, 50(5): 1305-1316.
- [5] CASTREJÓN-PITA J R, MUÑOZ-SÁNCHEZ B N, HUTCHINGS I M, et al. Droplet impact onto moving liquids [J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 2016, 809: 716-725.
- [6] GAO X, LI R. Impact of a single drop on a flowing liquid film [J]. *Physical Review E*, 2015, 92(5): 053005.
- [7] WEISS D A, YARIN A L. Single drop impact onto liquid films: neck distortion, jetting, tiny bubble entrainment, and crown formation [J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 1999, 385: 229-254.
- [8] COPPOLA G, ROCCO G, DE LUCA L. Insights on the impact of a plane drop on a thin liquid film [J]. *Physics of Fluids*, 2011, 23(2): 022105.
- [9] JOSSERAND C, ZALESKI S. Droplet splashing on a thin liquid film [J]. *Physics of Fluids*, 2003, 15(6): 1650-1657.
- [10] NIKOLOPOULOS N, THEODORAKAKOS A, BERGELES G. Three-dimensional numerical investigation of a droplet impinging normally onto a wall film [J]. *Journal of Computational Physics*, 2007, 225(1): 322-341.
- [11] LI Q, LUO K H, KANG Q J, et al. Lattice Boltzmann methods for multiphase flow and phase-change heat transfer [J]. *Progress in Energy and Combustion Science*, 2016, 52(2): 62-105.
- [12] LEE T, LIN C L. A stable discretization of the lattice Boltzmann equation for simulation of incompressible two-phase flows at high density ratio [J]. *Journal of Computational Physics*, 2005, 206(1): 16-47.
- [13] HE X, CHEN S, ZHANG R. A Lattice Boltzmann scheme for incompressible multiphase flow and its application in simulation of Rayleigh-Taylor instability [J]. *Journal of Computational Physics*, 1999, 152(2): 642-663.

(下转第 69 页)