

# 考虑孔隙水饱和度的湿态混凝土弹性模量多尺度预测

杜向琴<sup>1</sup>, 刘志龙<sup>1</sup>, 陈荣妃<sup>1</sup>, 赵振华<sup>1</sup>, 李宗利<sup>2</sup>

(1. 贵州师范大学材料与建筑工程学院; 2. 西北农林科技大学水利与建筑工程学院)

**摘要:**为了探究孔隙率和孔隙水饱和度对不同尺度下混凝土弹性模量的影响,基于细观夹杂理论,建立了考虑孔隙率和孔隙水饱和度的湿态混凝土弹性模量多尺度预测模型,分析了多尺度下孔隙率和孔隙水饱和度对弹性模量的影响规律。结果表明,该模型预测结果与多组试验结果吻合较好,可有效预测混凝土在不同尺度上的弹性模量;混凝土材料在水泥净浆、砂浆、混凝土 3 个尺度上的弹性模量均随孔隙率增大而降低,但孔隙率对干燥状态下材料弹性模量的影响较饱和状态更显著;混凝土材料在水泥净浆、砂浆、混凝土 3 个尺度上的弹性模量均随孔隙水饱和度增大而增大,且孔隙率越大,弹性模量随饱和度增大而提高的幅度也越大。

**关键词:**混凝土;弹性模量;孔隙水;饱和度;多尺度

**Multi-scale prediction of elastic modulus of wet concrete considering pore water saturation**//Du Xiangqin<sup>1</sup>, Liu Zhilong<sup>1</sup>, Chen Rongfei<sup>1</sup>, Zhao Zhenhua<sup>1</sup>, Li Zongli<sup>2</sup> (1. School of Materials and Architectural Engineering, Guizhou Normal University; 2. College of Water Resources and Architectural Engineering, Northwest A & F University)

**Abstract:** To investigate the effects of porosity and pore water saturation on the elastic modulus of concrete at different scales, a multi-scale prediction model for the elastic modulus of wet concrete considering porosity and pore water saturation was established based on the micromechanical inclusion theory. The influence of porosity and pore water saturation on the elastic modulus at multiple scales was analyzed. The results show that the predicted results from the proposed model are in good agreement with multiple sets of experimental results, and the model can accurately predict the elastic modulus of concrete across various scales. The elastic modulus of concrete at the cement paste, mortar, and concrete scales decreases with increasing porosity, and the influence of porosity on the elastic modulus of materials is more pronounced in the dry state than in the saturated state. The elastic modulus of concrete at the cement paste, mortar, and concrete scales increases with increasing pore water saturation, and the higher the porosity, the more significant the increase in elastic modulus with increasing saturation.

**Key words:** concrete; elastic modulus; pore water; saturation degree; multiple scales

大坝、渡槽、过河桥梁等水工结构在服役过程中长期与水接触,其不同部位混凝土的含湿状态随气候条件和水位变化而变化。含湿状态的变化会导致混凝土性能改变,进而对结构安全产生不可忽略的影响<sup>[1-2]</sup>。近几十年来,国内外学者对含湿状态与混凝土弹性模量之间的关系开展了大量研究<sup>[3-7]</sup>,并对其影响机理也进行了探讨<sup>[8-9]</sup>。

混凝土是一种多相非均质材料,内部含有纳米级的水化硅酸钙(C-S-H)层间孔、微米级的毛细孔以及毫米级的空气气泡孔。不同尺度的孔隙内分布着结合水、吸附水和毛细水等不同形式的水分,在混凝土服役期内可能处于干燥、饱和或半饱和状

态<sup>[10]</sup>。杜修力等<sup>[10]</sup>提出了预测非饱和混凝土弹性模量的两步均匀化方法,并采用三相球模型建立了饱和混凝土有效体积模量与孔隙率之间的关系<sup>[11]</sup>。王海龙等<sup>[6]</sup>利用夹杂、等效弹性模量的思想研究了孔隙水含量对饱和混凝土弹性模量的影响。杜向琴等<sup>[12]</sup>在预测混凝土弹性模量时也考虑了孔隙率的影响。上述研究虽不同程度考虑了孔隙率或孔隙水含量的影响,但未考虑混凝土的多尺度特征以及不同形式水分的影响。为此,本文基于多尺度理论建立考虑孔隙水饱和度的湿态混凝土弹性模量多尺度预测模型,并探讨不同尺度下孔隙水饱和度与弹性模量之间的关系。

基金项目:贵州省科技计划项目(黔科合基础-ZK[2023]一般261)  
作者简介:杜向琴(1981—),女,副教授,博士,主要从事水泥基材料性能研究。E-mail:202008004@gznu.edu.cn  
通信作者:李宗利(1967—),男,教授,博士,主要从事水泥基材料性能研究。E-mail:bene@nwsuaf.edu.cn

1 混凝土尺度划分及代表性体积单元选择

根据 Constantinides 等<sup>[13]</sup>提出的水泥基材料四尺度模型,本文将混凝土划分为 C-S-H、水泥净浆、砂浆和混凝土 4 个尺度,如图 1 所示。

a. C-S-H 尺度:体系被视为由低密度水化硅酸钙(LD C-S-H)和高密度水化硅酸钙(HD C-S-H)这两种类型的 C-S-H 凝胶组成的二相复合体系<sup>[14]</sup>,其中,HD C-S-H 作为夹杂相均匀分布于 LD C-S-H 基体中,如图 1(a)所示。均匀化后的 C-S-H 等效均质体将作为水泥净浆尺度上的基体相。

b. 水泥净浆尺度:体系被视为由氢氧化钙(CH)、未水化水泥颗粒、孔隙等夹杂相与 C-S-H 凝胶(基体)组成的多相复合体系,代表性体积单元如图 1(b)所示。其中,基体为上一尺度所得的 C-S-H 等效均质体。均匀化后的水泥净浆等效均质体将作为砂浆尺度上的基体相。

c. 砂浆尺度:体系由水泥净浆、细骨料及两者之间的界面过渡区(interfacial transition zone, ITZ)组成的三相复合体系,其中,被 ITZ 包裹的细骨料颗粒作为夹杂相均匀分布于水泥净浆基体中,如图 1(c)所示。均匀化后的水泥砂浆等效均质体将作为混凝土尺度上的基体相。

d. 混凝土尺度:体系由砂浆、粗骨料及两者之间的 ITZ 组成的三相复合体系,其中,被 ITZ 包裹的粗骨料颗粒作为夹杂相均匀分布于砂浆基体中,如图 1(d)所示。基于均匀化方法将复合体系等效为混凝土均质体,其弹性模量即为非均质混凝土的有效弹性模量。

2 模型建立

鉴于混凝土微细观结构的复杂性,为简化计算并突出孔隙及孔隙水饱和度对混凝土弹性模量的影响<sup>[6,10-12,15-18]</sup>,本文作如下假设:①各尺度上的夹杂相均为理想的均匀各向同性材料;②HD C-S-H、未水化颗粒、CH、孔隙、粗细骨料等夹杂相均简化为球

形,且均匀分布于基体中。

2.1 水分相的考虑

水分在混凝土材料内以结合水、吸附水和毛细孔水 3 种形式存在。在湿态混凝土多尺度均匀化过程中,C-S-H 尺度仅考虑结合水和吸附水的影响;而水泥净浆、砂浆和混凝土尺度假设吸附水和结合水处于饱和状态,仅考虑毛细孔水的影响。本文采用孔隙水饱和度(即含水孔隙体积与总孔隙体积之比)表征不同尺度混凝土材料内的水分相对含量。

2.2 湿态混凝土弹性模量多尺度模型

如图 1 所示,混凝土材料在不同尺度上均可视为由基体相与夹杂相组成的复合体。根据 Mori-Tanaka 理论,可通过施加远场应变来考虑夹杂间的相互作用。若基体中包含多相夹杂,则第  $r$  相夹杂中的应变  $\epsilon_r$  可表示为:

$$\epsilon_r = [I + S_r : L_0^{-1} : (L_r - L_0)]^{-1} : \bar{\epsilon}_0 = T_r : \bar{\epsilon}_0 \quad (1)$$

式中: $L_0$  为基体相的刚度张量; $L_r$  为第  $r$  相夹杂的刚度张量; $S_r$  为第  $r$  相夹杂的 Eshelby 张量; $T_r$  为第  $r$  相夹杂的局部应变; $\bar{\epsilon}_0$  为基体相的平均应变; $I$  为单位刚度张量。

2.2.1 C-S-H 尺度

在 C-S-H 尺度上,基体相(LD C-S-H)与夹杂相(HD C-S-H)均由 C-S-H 凝胶颗粒堆积而成<sup>[14]</sup>,两者基本组成相同,故不考虑界面影响。采用 Mori-Tanaka 法计算 C-S-H 等效均质体的弹性模量,计算公式如下:

$$E_{CSH} = \frac{9k_{CSH}\mu_{CSH}}{3k_{CSH} + \mu_{CSH}} \quad (2)$$

其中 
$$k_{CSH} = k_{LD} + \frac{c_{HD}(k_{HD} - k_{LD}) \cdot (3k_{LD} + 4\mu_{LD})}{3(1 - c_{HD})(k_{HD} - k_{LD})} \rightarrow$$
  
$$\mu_{CSH} = \mu_{LD} + \frac{5c_{HD}\mu_{LD}(\mu_{HD} - \mu_{LD}) \cdot (3k_{LD} + 4\mu_{LD})}{5\mu_{LD}(3k_{LD} + 4\mu_{LD}) + 6(1 - c_{HD}) \cdot (\mu_{HD} - \mu_{LD})(k_{LD} + 2\mu_{LD})} \rightarrow$$

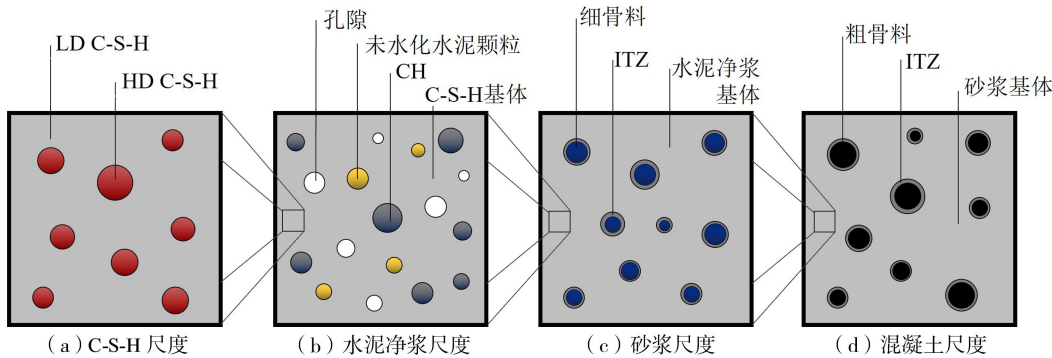


图 1 混凝土多尺度模型的代表性体积单元

式中:  $k_{\text{CSH}}$ 、 $\mu_{\text{CSH}}$ 、 $E_{\text{CSH}}$  分别为 C-S-H 凝胶的体积模量、剪切模量、弹性模量;  $k_{\text{LD}}$ 、 $\mu_{\text{LD}}$  分别为 LD C-S-H 的体积模量、剪切模量;  $c_{\text{HD}}$ 、 $k_{\text{HD}}$ 、 $\mu_{\text{HD}}$  分别为 HD C-S-H 的体积分数、体积模量、剪切模量。

### 2.2.2 水泥净浆尺度

如图 1(b) 所示, 水泥净浆尺度上包含 CH、未水化水泥颗粒和孔隙 3 类夹杂相。在一定的温度与湿度环境下, 水泥净浆内孔隙可分为干燥、半饱和及饱和 3 种状态。干燥孔隙内仅含空气, 饱和孔隙内充满水分, 半饱和孔隙内则同时含有水和空气。因空气的压缩性极大, 故认为仅饱和孔隙中的水分会影响体系变形<sup>[10]</sup>。为简化计算, 假定当环境温度与湿度一定时, 小于某一临界孔径的孔隙全部被水充满。因此在细观上可认为水泥净浆由 C-S-H 基体与 CH、未水化水泥颗粒、干燥孔隙、饱和孔隙 4 类夹杂相组成。采用两步等效法得到湿态水泥净浆等效均质体。具体步骤如下:

a. 以 C-S-H 为基体, CH 和未水化水泥颗粒为两类夹杂相, 基于 Mori-Tanaka 法等效得到无孔隙水泥净浆, 其有效体积模量  $k_{\text{cp0}}$  和剪切模量  $\mu_{\text{cp0}}$  可按下式计算:

$$k_{\text{cp0}} = \frac{c_{\text{CSH}}k_{\text{CSH}} + \sum_{r=1}^2 \frac{c_r k_r k_{\text{CSH}}}{k_{\text{CSH}} + \alpha_r (k_r - k_{\text{CSH}})}}{c_{\text{CSH}} + \sum_{r=1}^2 \frac{c_r k_{\text{CSH}}}{k_{\text{CSH}} + \alpha_r (k_r - k_{\text{CSH}})}} \quad (3)$$

$$\mu_{\text{cp0}} = \frac{c_{\text{CSH}}\mu_{\text{CSH}} + \sum_{r=1}^2 \frac{c_r \mu_r \mu_{\text{CSH}}}{\mu_{\text{CSH}} + \beta_r (\mu_r - \mu_{\text{CSH}})}}{c_{\text{CSH}} + \sum_{r=1}^2 \frac{c_r \mu_{\text{CSH}}}{\mu_{\text{CSH}} + \beta_r (\mu_r - \mu_{\text{CSH}})}} \quad (4)$$

$$\text{其中 } \alpha_r = \frac{3k_r}{3k_r + 4\mu_r} \quad \beta_r = \frac{6(k_r + 2\mu_r)}{5(3k_r + 4\mu_r)}$$

式中:  $c_{\text{CSH}}$  为 C-S-H 的体积分数;  $c_r$ 、 $k_r$ 、 $\mu_r$  分别为第  $r$  相夹杂的体积分数、体积模量和剪切模量, 其中下标  $r=1$  表示 CH 夹杂相,  $r=2$  表示未水化水泥颗粒夹杂相;  $\alpha_r$ 、 $\beta_r$  分别为第  $r$  相夹杂的 Eshelby 张量常数。

b. 将干燥孔隙和饱和孔隙作为两类夹杂相, 嵌入上一步所得的无孔隙水泥净浆基体中, 基于 Mori-Tanaka 法等效得到湿态水泥净浆等效均质体, 其弹性模量即为考虑孔隙和孔隙水饱和度的湿态水泥净浆的有效弹性模量。其体积模量  $k_{\text{cp}}^*$  和剪切模量  $\mu_{\text{cp}}^*$  按下式计算:

$$k_{\text{cp}}^* = \frac{c_{\text{cp0}}k_{\text{cp0}} + \sum_{r=3}^4 \frac{c_r k_r k_{\text{cp0}}}{k_{\text{cp0}} + \alpha_r (k_r - k_{\text{cp0}})}}{c_{\text{cp0}} + \sum_{r=3}^4 \frac{c_r k_{\text{cp0}}}{k_{\text{cp0}} + \alpha_r (k_r - k_{\text{cp0}})}} \quad (5)$$

$$\mu_{\text{cp}}^* = \frac{c_{\text{cp0}}\mu_{\text{cp0}} + \sum_{r=3}^4 \frac{c_r \mu_r \mu_{\text{cp0}}}{\mu_{\text{cp0}} + \beta_r (\mu_r - \mu_{\text{cp0}})}}{c_{\text{cp0}} + \sum_{r=3}^4 \frac{c_r \mu_{\text{cp0}}}{\mu_{\text{cp0}} + \beta_r (\mu_r - \mu_{\text{cp0}})}} \quad (6)$$

式中:  $c_{\text{cp0}}$  为无孔隙水泥净浆基体的体积分数;  $c_r$ 、 $k_r$  和  $\mu_r$  分别为第  $r$  相夹杂的体积分数、体积模量和剪切模量, 其中下标  $r=3$  对应干燥孔隙,  $r=4$  对应饱和孔隙,  $k_3=\mu_3=\mu_4=0$ ,  $k_4=2.25 \text{ GPa}$ 。各相体积分数之间存在如下关系:  $c_{\text{cp0}}+c_3+c_4=1$ 。若净浆的总孔隙率为  $p_p$ , 饱和度为  $S_p \in [0, 1]$ , 则  $c_3=p_p(1-S_p)$ ,  $c_4=p_p S_p$ 。

### 2.2.3 砂浆尺度

相关研究表明<sup>[19-21]</sup>, 细骨料与净浆之间 ITZ 的非均质性对砂浆弹性模量的影响不可忽视。为此, 采用图 2 所示的三步等效法对湿态砂浆复合体系进行均匀化处理: ①将干燥孔隙和饱和孔隙作为两相夹杂嵌入无孔隙水泥净浆基体, 形成含湿水泥净浆等级基体; ②参考杜向琴等<sup>[12]</sup>的方法考虑 ITZ 非均质性, 将 ITZ 与细骨料颗粒共同等效为单一等效颗粒; ③考虑骨料颗粒级配, 将等效颗粒嵌入含湿水泥净浆等效基体中, 形成湿态砂浆等效均质体, 其弹性模量即为湿态砂浆的有效弹性模量。

含湿水泥净浆基体的体积模量  $k_{\text{mor-p}}^*$  和剪切模量  $\mu_{\text{mor-p}}^*$  分别为:

$$k_{\text{mor-p}}^* = \frac{c_{\text{cpm}}k_{\text{cpm}} + \sum_{r=1}^2 \frac{c_r k_r k_{\text{cpm}}}{k_{\text{cpm}} + \alpha_r (k_r - k_{\text{cpm}})}}{c_{\text{cpm}} + \sum_{r=1}^2 \frac{c_r k_{\text{cpm}}}{k_{\text{cpm}} + \alpha_r (k_r - k_{\text{cpm}})}} \quad (7)$$

$$\mu_{\text{mor-p}}^* = \frac{c_{\text{cpm}}\mu_{\text{cpm}} + \sum_{r=1}^2 \frac{c_r \mu_r \mu_{\text{cpm}}}{\mu_{\text{cpm}} + \beta_r (\mu_r - \mu_{\text{cp0}})}}{c_{\text{cpm}} + \sum_{r=1}^2 \frac{c_r \mu_{\text{cpm}}}{\mu_{\text{cpm}} + \beta_r (\mu_r - \mu_{\text{cp0}})}} \quad (8)$$

式中:  $k_{\text{cpm}}$ 、 $\mu_{\text{cpm}}$ 、 $c_{\text{cpm}}$  分别为砂浆中无孔隙水泥净浆的体积模量、剪切模量、相对体积分数;  $k_{\text{rm}}$ 、 $\mu_{\text{rm}}$ 、 $c_{\text{rm}}$  分别为砂浆内组成净浆的第  $r$  相夹杂的体积模量、剪切模量、相对体积分数, 其中下标  $r=1$  表示干燥孔隙,  $r=2$  表示饱和孔隙,  $c_{\text{cpm}}+c_{1\text{m}}+c_{2\text{m}}=1$ , 若砂浆总孔隙率为  $p_m$ , 饱和度为  $S_m \in [0, 1]$ , 则  $c_{1\text{m}}=p_m(1-S_m)$ ,  $c_{2\text{m}}=p_m S_m$ 。

湿态砂浆的有效体积模量  $k_{\text{mor}}^*$  和剪切模量  $\mu_{\text{mor}}^*$  分别为:

$$k_{\text{mor}}^* = \frac{c_{\text{mor-p}}k_{\text{mor-p}}^* + \sum_{n=1}^N \frac{c_{\text{an}}k_{\text{an}}k_{\text{mor-p}}^*}{k_{\text{mor-p}}^* + 3\gamma_0(k_{\text{an}} - k_{\text{mor-p}}^*)}}{c_{\text{mor-p}} + \sum_{n=1}^N \frac{c_{\text{an}}k_{\text{mor-p}}^*}{k_{\text{mor-p}}^* + 3\gamma_0(k_{\text{an}} - k_{\text{mor-p}}^*)}} \quad (9)$$



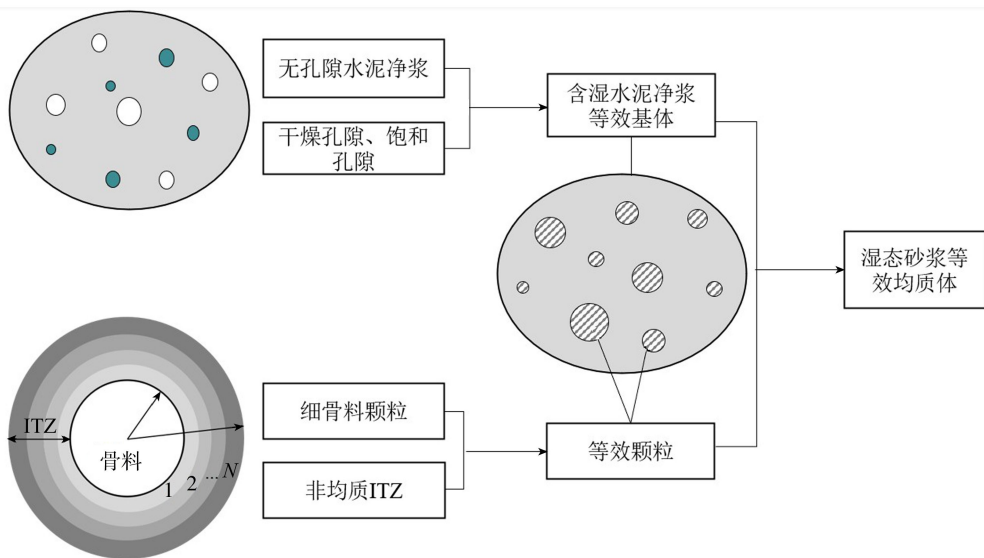


图2 含湿砂浆的均质化过程

$$\mu_{\text{mor}}^* = \frac{c_{\text{mor-p}} \mu_{\text{mor-p}}^* + \sum_{n=1}^N \frac{c_{\text{an}} \mu_{\text{an}} \mu_{\text{mor-p}}^*}{\mu_{\text{mor-p}}^* + 2\delta_0 (\mu_{\text{an}} - \mu_{\text{mor-p}}^*)}}{c_{\text{mor-p}} + \sum_{n=1}^N \frac{c_{\text{an}} \mu_{\text{mor-p}}^*}{\mu_{\text{mor-p}}^* + 2\delta_0 (\mu_{\text{an}} - \mu_{\text{mor-p}}^*)}} \quad (10)$$

其中

$$\gamma_0 = \frac{k_{\text{mor-p}}^*}{3k_{\text{mor-p}}^* + 4\mu_{\text{mor-p}}^*}$$

$$\delta_0 = \frac{3(k_{\text{mor-p}}^* + 2\mu_{\text{mor-p}}^*)}{3k_{\text{mor-p}}^* + 4\mu_{\text{mor-p}}^*}$$

式中:  $c_{\text{mor-p}}$  为砂浆中含湿净浆基体的体积分数;  $c_{\text{an}}$  为砂浆中第  $n$  相等效颗粒的体积分数;  $N$  为细骨料的粒径区间数(粒径区间为  $0 \sim 4.75$  mm, 粒径间距为  $0.02$  mm);  $k_{\text{an}}$ 、 $\mu_{\text{an}}$  分别为第  $n$  相等效颗粒的体积模量和剪切模量, 参见文献[12]。

#### 2.2.4 混凝土尺度

湿态混凝土的等效过程与砂浆相似: ①由式(6)~(10)得到无孔隙砂浆基体的有效体积模量  $k_{\text{mor0}}$  和剪切模量  $\mu_{\text{mor0}}$ ; ②将混凝土中的干燥孔隙和饱和孔隙作为夹杂相引入基体, 得到含湿砂浆基体的体积模量  $k_{\text{con-m}}^*$  和剪切模量  $\mu_{\text{con-m}}^*$ ; ③考虑粗骨料颗粒级配及粗骨料与砂浆之间 ITZ 的非均质性, 将粗骨料颗粒与 ITZ 等效为等效粗骨料颗粒; ④将含湿砂浆基体与等效粗骨料颗粒进行均匀化, 基于 Mori-Tanaka 法得到湿态混凝土的体积模量  $k_{\text{con}}^*$ 、剪切模量  $\mu_{\text{con}}^*$  及弹性模量  $E_{\text{con}}^*$ 。

### 3 模型验证

#### 3.1 水泥净浆尺度

Constantinides 等<sup>[13]</sup>建立了水泥净浆弹性模量预测模型, 模型参数通过纳米压痕技术获取, 具体取

值为: LD C-S-H、HD C-S-H 和 CH 的弹性模量分别为  $(21.7 \pm 2.2)$ 、 $(29.4 \pm 2.4)$ 、 $(38.0 \pm 5.0)$  GPa, C-S-H、CH 和孔隙的相对体积分数分别为  $0.86$ 、 $0.11$  和  $0.03$ 。取饱和度为  $0.95$  (试件养护于饱和石灰水中, 饱和度很高), 采用本文模型计算得到的水泥净浆弹性模量为  $23.08$  GPa, 与 Constantinides 等<sup>[13]</sup>的试验值 ( $23.2$  GPa) 及其模型预测值 ( $23.8$  GPa) 吻合良好。

Huang 等<sup>[22]</sup>将 X 射线显微断层成像技术与 Powers 水化模型相结合, 获得了水泥净浆各物相的体积分数, 并计算了水泥净浆的弹性模量。本文采用与 Huang 等<sup>[22]</sup>相同的输入参数(表1), 假设有效饱和度为  $0.95$ , 得到本文模型与 Huang 等<sup>[22]</sup>的湿态水泥净浆弹性模量预测值对比见表1。可以看出, 本文模型预测值与 Huang 等<sup>[22]</sup>的计算结果具有较好的一致性, 相对误差均在  $10\%$  以内。

#### 3.2 砂浆尺度

高岳毅<sup>[23]</sup>试验测定的4种水泥砂浆弹性模量见表2。因试验龄期为  $180$  d 且养护条件良好, 取饱和度和为  $1.0$ 。考虑不同砂浆 ITZ 的差异, 普通砂浆、掺硅灰砂浆、掺粉煤灰砂浆、掺矿粉砂浆的局部损伤因子分别取为  $0.4$ 、 $0.2$ 、 $0.3$  和  $0.3$ , 采用本文模型计算得到的湿态砂浆弹性模量见表2, 可见本文模型预测值与试验值的相对误差分别为  $2.99\%$ 、 $4.61\%$ 、 $5.67\%$  和  $7.26\%$ , 且较高岳毅<sup>[23]</sup>的预测值更接近试验值。这是因为本文模型将 ITZ 视为砂浆中的薄弱区域并考虑其非均质性, 而高岳毅<sup>[23]</sup>的模型未考虑矿物掺合料对 ITZ 的良性影响。

#### 3.3 混凝土尺度

Stock 等<sup>[24]</sup>测定了不同骨料体积分数下的混凝土弹性模量。根据相关文献<sup>[17,21-22]</sup>, 本文模型各参数取值如下: 骨料弹性模量为  $74.5$  GPa, 泊松比为

表 1 水泥净浆弹性模量预测值对比

| 孔隙体积<br>分数 | CH    |          |      | 未水化水泥颗粒 |          |     | Huang 等 <sup>[22]</sup> | 本文模型预  | 相对误差/% |
|------------|-------|----------|------|---------|----------|-----|-------------------------|--------|--------|
|            | 体积分数  | 弹性模量/GPa | 泊松比  | 体积分数    | 弹性模量/GPa | 泊松比 | 预测值/GPa                 | 测值/GPa |        |
| 0.233      | 0.109 | 38.0     | 0.31 | 0.293   | 135      | 0.3 | 25.34                   | 26.91  | 6.20   |
| 0.187      | 0.130 | 38.0     | 0.31 | 0.252   | 135      | 0.3 | 26.72                   | 28.18  | 5.46   |
| 0.283      | 0.104 | 38.0     | 0.31 | 0.261   | 135      | 0.3 | 21.61                   | 23.36  | 8.10   |
| 0.157      | 0.173 | 38.0     | 0.31 | 0.087   | 135      | 0.3 | 22.44                   | 22.58  | 0.64   |
| 0.222      | 0.146 | 38.0     | 0.31 | 0.138   | 135      | 0.3 | 20.81                   | 21.22  | 1.99   |
| 0.245      | 0.145 | 38.0     | 0.31 | 0.110   | 135      | 0.3 | 18.78                   | 18.83  | 0.26   |
| 0.288      | 0.126 | 38.0     | 0.31 | 0.154   | 135      | 0.3 | 18.14                   | 18.51  | 2.04   |

注:表中 1~8 列数据来自文献[22]。

表 2 4 种砂浆弹性模量预测值

| 砂的体积分数 | 净浆基体     |          |      | 砂浆弹性模量 /GPa             |                         |         | 砂浆   |
|--------|----------|----------|------|-------------------------|-------------------------|---------|------|
|        | 体积模量/GPa | 剪切模量/GPa | 泊松比  | 高岳毅 <sup>[23]</sup> 试验值 | 高岳毅 <sup>[23]</sup> 预测值 | 本文模型预测值 |      |
| 0.459  | 18.2     | 11.5     | 0.24 | 36.8                    | 38.4                    | 35.7    | 普通砂浆 |
| 0.454  | 19.0     | 11.9     | 0.24 | 39.1                    | 39.9                    | 37.3    | 掺硅灰  |
| 0.445  | 16.8     | 10.6     | 0.24 | 35.4                    | 37.0                    | 34.9    | 掺粉煤灰 |
| 0.452  | 15.6     | 9.8      | 0.24 | 36.5                    | 35.8                    | 33.2    | 掺矿粉  |

注:表中 1~6 列数据来自文献[23],其中砂(骨料)体积模量为 30.2 GPa、剪切模量为 28.6 GPa、泊松比为 0.14。

0.15,骨料级配服从连续分布,粒径范围为 0.15~19 mm;净浆基体弹性模量为 13.4 GPa,泊松比为 0.25;ITZ 厚度为 50 μm,泊松比为 0.25;局部损伤因子为 0.4<sup>[25]</sup>,孔隙率为 5%,饱和度取 0.95。本文模型计算得到的湿态混凝土弹性模量见图 3(a),可以看出,当骨料体积分数不超过 60%时,模型预测值与试验值吻合良好,相对误差不超过 5%;当骨料体积分数达 80%时,相邻骨料的 ITZ 重叠较多,不再满

足模型基本假定,故预测值与试验值偏差较大。此外,本文还根据 Zheng 等<sup>[21]</sup>的试验数据,预测了水中养护 21 d 混凝土(饱和度为 0.98)的弹性模量,结果见图 3(b),相对误差均在 5%以内。

张国辉<sup>[26]</sup>测定了 3 种强度等级混凝土在不同饱和度下的弹性模量。将粗骨料视为 5~40 mm 连续级配,采用本文模型预测不同孔隙水饱和度下混凝土的弹性模量,结果见表 3。由表 3 可见,预测值

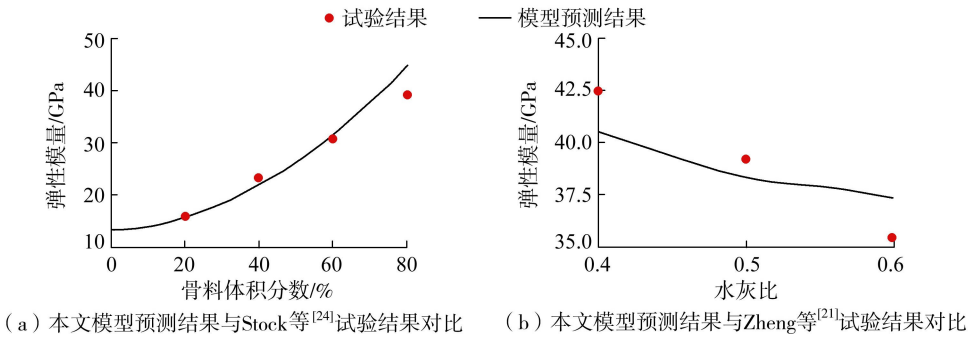


图 3 混凝土弹性模量预测结果

表 3 不同饱和度下混凝土弹性模量预测值

| 混凝土强<br>度等级 | 粗骨料      |      |        | 砂浆       |      | 混凝土饱<br>和度/% | 混凝土弹性模量                        |                 |        |
|-------------|----------|------|--------|----------|------|--------------|--------------------------------|-----------------|--------|
|             | 弹性模量/GPa | 泊松比  | 体积分数/% | 弹性模量/GPa | 泊松比  |              | 张国辉 <sup>[26]</sup><br>试验值/GPa | 本文模型<br>预测值/GPa | 相对误差/% |
| C15         | 50.0     | 0.25 | 0.535  | 12.40    | 0.20 | 0            | 19.58                          | 18.26           | -6.74  |
|             |          |      |        |          |      | 47.56        | 20.83                          | 21.62           | 3.79   |
|             |          |      |        |          |      | 78.30        | 22.94                          | 24.23           | 5.62   |
|             |          |      |        |          |      | 100.00       | 23.24                          | 27.71           | 9.70   |
| C20         | 50.0     | 0.25 | 0.517  | 16.74    | 0.20 | 0            | 22.50                          | 20.53           | -3.16  |
|             |          |      |        |          |      | 71.63        | 24.58                          | 26.22           | 2.82   |
|             |          |      |        |          |      | 80.90        | 24.75                          | 27.14           | 3.98   |
|             |          |      |        |          |      | 100.00       | 100.00                         | 29.61           | 4.59   |
| C30         | 50.0     | 0.25 | 0.487  | 21.51    | 0.20 | 0            | 24.31                          | 24.52           | 0.86   |
|             |          |      |        |          |      | 47.29        | 27.12                          | 28.04           | 3.39   |
|             |          |      |        |          |      | 78.05        | 27.23                          | 30.48           | 11.94  |
|             |          |      |        |          |      | 100.00       | 30.36                          | 33.40           | 10.01  |

与试验值的相对误差在 12% 以内,且两者随饱和度的变化趋势一致,表明本文模型在预测湿态混凝土弹性模量时具有较好的可靠性。

4 湿态混凝土弹性模量预测

为进一步明确湿态混凝土弹性模量的变化规律,并为预测其弹性模量提供参考,利用本文模型来探讨不同尺度下材料的孔隙率及孔隙水饱和度对混凝土弹性模量的影响规律。在一般工程环境下,C-S-H 凝胶层间的化学结合水及颗粒间的吸附水难以脱除,故可认为 C-S-H 始终处于饱和状态。下文仅探讨水泥净浆尺度、砂浆尺度、混凝土尺度下弹性模量随孔隙率及孔隙水饱和度的变化规律;ITZ 非均质性与骨料级配的影响已在文献[12,17-18,27]进行了详细分析与讨论,此处不再赘述。

4.1 水泥净浆尺度

以 Huang 等<sup>[22]</sup>的试验结果(表 1)为依据,采用本文模型反推得到无孔隙水泥净浆基体的弹性模量为 24.50 GPa,水泥净浆弹性模量随孔隙率和饱和度的变化曲线见图 4(a)。可以看出,湿态水泥净浆的弹性模量随孔隙率增大而降低,当孔隙率从 5% 增大至 25% 时,完全干燥水泥净浆的弹性模量降低了 35.0%,饱和净浆的弹性模量降低了 19.4%,表明孔隙率增大对饱和净浆弹性模量的削弱作用弱于干燥净浆。湿态水泥净浆弹性模量随孔隙水饱和度的增大而增大。当孔隙率为 5% 时,饱和度为 25%、50%、75%、100% 的弹性模量较完全干燥状态分别提高了 2.6%、5.9%、10.3% 和 18.0%;当孔隙率为 20% 时,相应增幅依次为 3.5%、11.4%、23.7% 和 44.6%。可见,孔隙率越大,弹性模量随孔隙水饱和度增大而提高的幅度也越大。孔隙率大且饱和度高的水泥净浆中孔隙水含量较多,材料受压时孔隙水可分担更多压力,相较于干燥试件,饱和试件抵抗受压变形的能力更强,所以弹性模量更大。

4.2 砂浆尺度

以水泥净浆尺度上的计算结果为基准,采用本

文模型计算得到的不同孔隙率和孔隙水饱和度下砂浆弹性模量见图 4(b)。可以看出,砂浆弹性模量随孔隙率增大而降低,当孔隙率从 4% 增大至 20% 时,完全干燥砂浆的弹性模量降低了 31.2%,饱和砂浆弹性模量降低了 15.4%,表明孔隙率增大对饱和砂浆弹性模量的削弱作用弱于干燥砂浆,即材料越干燥,孔隙率增大引起的弹性模量降低越显著。砂浆弹性模量随孔隙水饱和度增大而提高。当孔隙率为 4% 时,饱和度为 25%、50%、75%、100% 的弹性模量较完全干燥状态分别提高了 2.8%、7.5%、14.1% 和 23.2%;当孔隙率为 20% 时,相应增幅依次为 5.3%、11.2%、26.1% 和 43.5%。可见,孔隙率越大,弹性模量随饱和度增大而提高的幅度也越大。

4.3 混凝土尺度

以砂浆尺度的计算结果为基准,采用本文模型计算得到的不同孔隙率和孔隙水饱和度下混凝土弹性模量见图 4(c)。可以看出,混凝土弹性模量随孔隙率增大而降低,当孔隙率从 3% 增大至 12% 时,完全干燥混凝土的弹性模量降低了 26.9%,饱和混凝土弹性模量降低了 13.7%,表明孔隙率增大对饱和混凝土弹性模量的削弱作用弱于干燥混凝土。混凝土弹性模量随孔隙水饱和度增大而提高。当孔隙率为 3% 时,饱和度为 25%、50%、75%、100% 的弹性模量较完全干燥状态分别提高了 4.7%、9.6%、17.4% 和 27.6%;当孔隙率为 12% 时,对应增幅依次为 5.1%、13.1%、24.8% 和 41.6%。可见,孔隙率越大,弹性模量随饱和度增大而提高的幅度也越大。

对比图 4(a)~(c)可以发现,由于砂、石骨料的加入,混凝土尺度上的弹性模量最高,砂浆尺度次之,水泥净浆尺度最小;饱和度变化对弹性模量的影响程度同样以混凝土尺度最大,砂浆尺度次之,水泥净浆尺度最小。

根据复合材料力学理论<sup>[28-31]</sup>,孔隙的引入会导致混凝土弹性模量降低,且材料弹性模量会随孔隙率增大而降低。对于湿态混凝土,当全部或部分孔

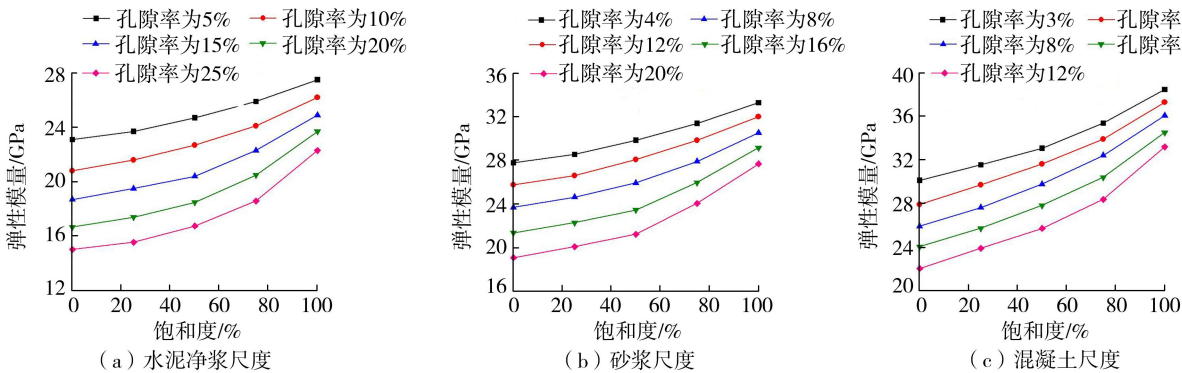


图 4 不同尺度上混凝土弹性模量随孔隙率和饱和度的变化



隙内充满水时,孔隙水会限制或抑制周围固相基质向孔隙内的压缩变形<sup>[11]</sup>,故相较于干燥材料,湿态状态下材料的弹性模量会有所增大。因此,混凝土材料在水泥净浆、砂浆和混凝土 3 个尺度上的弹性模量一方面随孔隙率增大而降低,另一方面随孔隙水饱和度增大而提高,最终表现为孔隙水的承压能力部分抵消了因孔隙率增大引起的弹性模量降低,使得湿态状态下混凝土材料在水泥净浆、砂浆和混凝土 3 个尺度上的弹性模量对孔隙率变化的敏感程度低于干燥状态,这一规律与杜修力等<sup>[11]</sup>、梅塔等<sup>[32]</sup>的研究结果一致。

## 5 结 论

**a.** 本文建立的考虑孔隙率和孔隙水饱和度的湿态混凝土弹性模量预测模型可用于预测混凝土在不同尺度上的弹性模量,预测结果与前人试验值的相对误差均在 10% 以内。

**b.** 混凝土材料在水泥净浆、砂浆和混凝土 3 个尺度上的弹性模量均随孔隙率增大而降低,但孔隙率对干燥状态下材料弹性模量的影响较湿态更为显著,这是因为饱和孔隙内的水具有一定承压能力,可在一定程度上抵消因孔隙率增大引起的弹性模量降低。

**c.** 混凝土材料在水泥净浆、砂浆、混凝土 3 个尺度上的弹性模量均随孔隙水饱和度增大而增大,且孔隙率越大,弹性模量随饱和度增大而提高的幅度也越大。这是因为孔隙水含量越高,外荷载作用下孔隙水承担的压力越大,试件抵抗受压变形能力越强,材料弹性模量越大。

## 参考文献:

[ 1 ] 李庆斌,王海龙. 水环境对混凝土力学性能的影响研究述评[J]. 中国科技论文在线,2006,1(2):83-94. (Li Qingbin, Wang Hailong. Influence of ambient water on properties of concrete [J]. Sciencepaper Online, 2006, 1(2):83-94. (in Chinese))

[ 2 ] 王乾峰,刘云贺,彭刚. 水压力环境中混凝土的含水量及其对力学性能的影响[J]. 水利学报,2017,48(2):193-202. (Wang Qianfeng, Liu Yunhe, Peng Gang. Water content in concrete under water pressure environment and the effect on its mechanical properties [J]. Journal of Hydraulic Engineering, 2017, 48(2):193-202. (in Chinese))

[ 3 ] Kanna V, Olson R A, Jennings H M. Effect of shrinkage and moisture content on the physical characteristics of blended cement mortars [J]. Cement and Concrete Research, 1998, 28(10):1467-1477.

[ 4 ] 黄灵芝,王嘉欣,司政,等. 水饱和度对再生混凝土力学性能的影响及微观机理分析[J]. 实验力学,2024,39(3):378-388. (Huang Lingzhi, Wang Jiaxin, Si Zheng, et al. Effect of water saturation on mechanical properties of recycled concrete and micro-mechanism analysis [J]. Journal of Experimental Mechanics, 2024, 39(3):378-388. (in Chinese))

[ 5 ] 崔健,鹿羿,张惠申,等. 饱和度对混凝土三轴抗压强度的影响试验研究[J]. 天津大学学报( 自然科学与工程技术版),2023,56(8):870-877. (Cui Jian, Lu Yi, Zhang Huishen, et al. Experimental study on influence of saturation on tri-axial compressive strength of concrete [J]. Journal of Tianjin University ( Science and Technology ), 2023, 56(8):870-877. (in Chinese))

[ 6 ] 王海龙,李庆斌. 饱和混凝土的弹性模量预测[J]. 清华大学学报( 自然科学版),2005,45(6):761-763. (Wang Hailong, Li Qingbin. Saturated concrete elastic modulus prediction[J]. Journal of Tsinghua University ( Science & Technology ), 2005, 45(6):761-763. (in Chinese))

[ 7 ] Wittmann F H. Interaction of hardened cement paste and water[J]. Journal of the American Ceramic Society, 1973, 56(8):409-415.

[ 8 ] 侯东伟,张君,陈浩宇,等. 干燥与潮湿环境下混凝土抗压强度和弹性模量发展分析[J]. 水利学报,2012,43(2):198-208. (Hou Dongwei, Zhang Jun, Chen Haoyu, et al. Development of strength and elastic modulus of concrete under moisture and drying curing conditions[J]. Journal of Hydraulic Engineering, 2012, 43(2):198-208. (in Chinese))

[ 9 ] Maruyama I, Sasano H, Nishioka Y, et al. Strength and Young's modulus change in concrete due to long-term drying and heating up to 90℃ [J]. Cement and Concrete Research, 2014, 66:48-63.

[ 10 ] 杜修力,金浏. 细观均匀化方法预测非饱和混凝土宏观力学性质[J]. 水利学报,2013,44(11):1317-1325. (Du Xiuli, Jin Liu. Micro-scale homogenization for prediction of the macroscopic mechanical properties of unsaturated concrete[J]. Journal of Hydraulic Engineering, 2013, 44(11):1317-1325. (in Chinese))

[ 11 ] 杜修力,金浏. 饱和混凝土有效模量及有效抗拉强度研究[J]. 水利学报,2012,43(6):667-674. (Du Xiuli, Jin Liu. Research on the effective modulus and tensile strength of saturated concrete [J]. Journal of Hydraulic Engineering, 2012, 43(6):667-674. (in Chinese))

[ 12 ] 杜向琴,李宗利. 考虑界面过渡区非均质性的混凝土弹性模量预测[J]. 长江科学院院报,2019,36(8):153-158. (Du Xiangqin, Li Zongli. A prediction model for elastic modulus of concrete considering the inhomogeneity of interfacial transition zone[J]. Journal of Yangtze River Scientific Research Institute, 2019, 36(8):153-158. (in Chinese))

- [13] Constantinides G, Ulm F J. The effect of two types of C-S-H on the elasticity of cement-based materials: results from nanoindentation and micromechanical modeling [J]. Cement and Concrete Research, 2004, 34(1): 67-80.
- [14] Jennings H M. A model for the microstructure of calcium silicate hydrate in cement paste[J]. Cement and Concrete Research, 2000, 30(1): 101-116.
- [15] 周宏元, 葛建宏, 王小娟, 等. 再生粗骨料混凝土力学性能离散性试验及数值模拟研究[J/OL]. 工程力学, 2025-09-23. <https://link.cnki.net/urlid/11.2595.o3.20250922.1655.054>. (Zhou Hongyuan, Ge Jianhong, Wang Xiaojuan, et al. Experimental and numerical simulation study on discreteness of mechanical properties of recycled coarse aggregate concrete[J/OL]. Engineering Mechanics, 2025-09-23. <https://link.cnki.net/urlid/11.2595.o3.20250922.1655.054>. (in Chinese))
- [16] 金浏, 杨健, 吴洁琼, 等. 考虑混凝土细观非均质性的钢筋混凝土结构疲劳寿命预测概率模型[J]. 材料导报, 2024, 38(20): 23090009-8. (Jin Liu, Yang Jian, Wu Jieqiong, et al. Probabilistic prediction model of fatigue life of RC structures considering the meso-scale inhomogeneity of concrete [J]. Materials Reports, 2024, 38(20): 23090009-8. (in Chinese))
- [17] 李朝红, 徐光兴. 混凝土弹性模量预测的混合夹杂模型[J]. 低温建筑技术, 2013, 35(6): 11-13. (Li Chaohong, Xu Guangxing. The mixture inclusion model for predicting elastic modulus of concrete [J]. Low Temperature Architecture Technology, 2013, 35(6): 11-13. (in Chinese))
- [18] 李宗利, 邓朝莉, 张国辉. 考虑骨料级配的混凝土有效弹性模量预测模型[J]. 水利学报, 2016, 47(4): 575-581. (Li Zongli, Deng Chaoli, Zhang Guohui. A predictive model of effective elastic modulus of concrete under influence of aggregate gradation[J]. Journal of Hydraulic Engineering, 2016, 47(4): 575-581. (in Chinese))
- [19] Yang C C. Effect of the transition zone on the elastic moduli of mortar [J]. Cement and Concrete Research, 1998, 28(5): 727-736.
- [20] Garboczi E J, Bentz D P. Analytical formulas for interfacial transition zone properties [J]. Advanced Cement Based Materials, 1997, 6(3/4): 99-108.
- [21] Zheng Jianjun, Zhou Xinzhu, Jin Xianyu. An  $n$ -layered spherical inclusion model for predicting the elastic moduli of concrete with inhomogeneous ITZ [J]. Cement and Concrete Composites, 2012, 34(5): 716-723.
- [22] Huang Jinsong, Krabbenhoft K, Lyamin A V. Statistical homogenization of elastic properties of cement paste based on X-ray microtomography images [J]. International Journal of Solids and Structures, 2013, 50(5): 699-709.
- [23] 高岳毅. 水泥基材料微结构及其弹性性能的多尺度研究[D]. 南京: 东南大学, 2014.
- [24] Stock A F, Hannant D J, Williams R I T. The effect of aggregate concentration upon the strength and modulus of elasticity of concrete [J]. Magazine of Concrete Research, 1979, 31(109): 225-234.
- [25] Lutz M P, Monteiro P J M, Zimmerman R W. Inhomogeneous interfacial transition zone model for the bulk modulus of mortar [J]. Cement and Concrete Research, 1997, 27(7): 1113-1122.
- [26] 张国辉. 不同水压力环境下混凝土力学特性研究[D]. 杨凌: 西北农林科技大学, 2017.
- [27] 应宗权, 杜成斌. 考虑界面影响的混凝土弹性模量的数值预测 [J]. 工程力学, 2008, 25(8): 92-96. (Ying Zongquan, Du Chengbin. A numerical method for effective elastic modulus of concrete with interfacial transition zone [J]. Engineering Mechanics, 2008, 25(8): 92-96. (in Chinese))
- [28] 杨庆生. 复合材料力学[M]. 北京: 科学出版社, 2020.
- [29] 杜善义, 王彪. 复合材料细观力学[M]. 北京: 科学出版社, 1998.
- [30] 吴小波. 玄武岩纤维复合材料波纹板力学性能及其套衬结构性能分析 [J]. 河海大学学报 (自然科学版), 2025, 53(1): 87-94. (Wu Xiaobo. Mechanical properties of basalt fiber composite corrugated plates and analysis of their lining structure performance [J]. Journal of Hohai University (Natural Sciences), 2025, 53(1): 87-94. (in Chinese))
- [31] 蒋林华, 闫菁怡, 杨国辉, 等. 复杂条件下水工混凝土研究进展 [J]. 水利水电科技进展, 2025, 45(5): 81-88. (Jiang Linhua, Yan Jingyi, Yang Guohui, et al. Research progress on hydraulic concrete under complex conditions [J]. Advances in Science and Technology of Water Resources, 2025, 45(5): 81-88. (in Chinese))
- [32] 梅塔, 蒙蒂罗. 混凝土微观结构、性能和材料 [M]. 欧阳东, 译. 北京: 中国建筑工业出版社, 2016.

(收稿日期: 2025-07-17 编辑: 雷燕)