

基于开尔文冲量的单个球形颗粒附近空化泡的移动特性研究

郑潇潇¹, 张广超², 杨玲¹, 郑斌¹

(1. 中国消防救援学院消防工程系; 2. 国核铀业发展有限责任公司)

摘要:为探究水力机械遭受磨蚀破坏的微观机理,基于 Weiss 定理和开尔文冲量相关理论,采用高速摄影实验方法对单个球形颗粒附近空化泡的移动特性进行了定性研究,围绕颗粒半径、空化泡半径等重要参数,对空化泡的开尔文冲量进行了定量分析。研究结果表明,空化泡开尔文冲量理论模型可以有效预测单颗粒作用下的空化泡移动特性;颗粒与空化泡无量纲距离越大,空化泡开尔文冲量的绝对值越小;相比于线性汇,虚拟点源对空化泡开尔文冲量的贡献更大。

关键词:水力机械;球形颗粒;空化泡;空蚀;开尔文冲量;高速摄影

Study on movement characteristics of cavitation bubbles near a single spherical particle based on Kelvin impulse// Zheng Xiaoxiao¹, Zhang Guangchao², Yang Ling¹, Zheng Bin¹ (1. Department of Fire Protection Engineering, China Fire and Rescue Institute; 2. State Nuclear Uranium Resource Development Co., Ltd.)

Abstract: To investigate the microscopic mechanism of erosion damage in hydraulic machinery, a qualitative study on the movement characteristics of cavitation bubbles near a single spherical particle was conducted using high-speed photography experiments, based on Weiss' s theorem and Kelvin impulse theory. The Kelvin impulse of cavitation bubbles was quantitatively analyzed with respect to important parameters such as the particle radius and cavitation bubble radius. The results indicate that the theoretical model of Kelvin impulse of cavitation bubbles can effectively predict the movement characteristics of cavitation bubbles under the influence of a single particle. The absolute value of the Kelvin impulse decreases with increasing dimensionless distance between the particle and the cavitation bubble. Compared with linear sinks, virtual point sources contribute more significantly to the Kelvin impulse of cavitation bubbles.

Key words: hydraulic machinery; spherical particle; cavitation bubble; cavitation erosion; Kelvin impulse; high-speed photography

水力机械运行过程中,空化可能对机械过流部件的材料表面造成损伤,空化损伤也常发生在消防工程领域,例如消防泵长期受空蚀破坏后,寿命锐减^[1-3]。一般而言,当液体中存在颗粒物时,空化泡和颗粒联合作用引起的磨蚀破坏会严重威胁水力机械的安全运行^[4]。空化损伤的物理机制之一是空化泡在材料表面溃灭后产生的高速喷射的微射流,其损伤威力很大。然而,当颗粒和空化泡的距离相对较近时,颗粒也有可能对空化泡产生一定的“吸引效应”,从而保护壁面免受空化泡的损伤,这是因为颗粒可能会显著影响空化泡的形变、微射流以及空化泡的移动等^[5]。此外,颗粒与空化泡的相互作用也广泛应用在超声清洗、化学反应和生物医学等

领域^[6]。为了进一步探究颗粒对空化泡的影响,本文利用高速摄影实验方法和开尔文冲量相关理论,深入研究了球形颗粒作用下空化泡的动力学行为。

开尔文冲量在空化泡动力学的发展进程中始终发挥着至关重要的作用。Benjamin 等^[7]最先将开尔文冲量应用于空化泡动力学的相关研究中,随后 Blake 等^[8-9]基于第一性原理获得了几种简单壁面(如刚性壁面、自由表面等)附近空化泡的开尔文冲量表达式,并将壁面简化为液体的速度势。之后,Blake 等^[10]验证了利用开尔文冲量相关理论预测空化泡形态演变的科学性;基于变形体的非定常 Lagally 定理,Best 等^[11-12]进一步获得了简化的开尔文冲量表达式。Lagally 定理允许使用空化泡形心

基金项目:北京市科技计划项目(Z2311000038230221);中国消防救援学院项目(Y Y202606-09)

作者简介:郑潇潇(1995—),女,讲师,博士,主要从事空化及泡动力学研究。E-mail:1574333739@qq.com

通信作者:杨玲(1987—),女,副教授,硕士,主要从事空化及泡动力学研究。E-mail:yanglingsmile@163.com

位置的速度势来表征空化泡泡壁上的速度势,使得计算开尔文冲量的难度大大降低;Lagally 定理的应用也使得研究球形颗粒附近空化泡的开尔文冲量成为可能。根据 Weiss 定理, Milne-Thomson^[13] 首次获得了开尔文冲量的数值和解析表达式。Wang 等^[5] 基于大量试验数据验证了开尔文冲量对空化泡移动特性的预测价值,并给出了理论模型的适用范围。然而,目前对开尔文冲量的定量研究仍然不够全面和深入,一些重要参数的影响机制还有待揭示。

1 理论模型

在理论模型中,假设液体是不可压缩的,且为有势流动。将空化泡对周围液体的作用视为时变、固定位置、具有各向同性的点源和具有均匀源强密度的线性汇,球形颗粒的影响通过液体的速度势体现。

空化泡开尔文冲量反映了空化泡在一个周期内所受到合外力的累积效果^[14-18],可以通过计算空化泡开尔文冲量来研究颗粒作用下空化泡的动力学行为。根据 Lagally 定理、非定常流动伯努利方程和雷诺传输定理,空化泡开尔文冲量 I 的表达式如下^[5]:

$$I = 4\pi\rho \left(-\frac{4\pi\varphi}{m} \right) \int_0^T R^4 \dot{R}^2 dt \quad (1)$$

式中: ρ 为液体密度; T 为空化泡的一个振荡周期; R 为空化泡的瞬时半径; t 为时间; $\dot{R}$ 为 R 对 t 的一阶导数; φ 为由颗粒引起的液体的附加速度势; m 为点源的强度。式(1)中的 R 、 $\dot{R}$ 和 t 可以通过经典 Rayleigh-Plesset 方程^[14]得到:

$$R\ddot{R} + \frac{3}{2}\dot{R}^2 = \frac{p_{\text{ext}}(R,t) - p_0}{\rho} \quad (2)$$

其中 $p_{\text{ext}}(R,t) = \left(p_0 + \frac{2\sigma}{R_0} \right) \left(\frac{R_0}{R} \right)^{3\kappa} - \frac{2\sigma}{R}$

式中: $\ddot{R}$ 为 R 对 t 的二阶导数; R_0 为平衡气泡半径,取 0.1 mm; p_0 为环境压强,取 100 kPa; κ 为多变指数; σ 为液体表面张力系数。

图 1 为球形颗粒对空化泡作用的 Weiss 定理示意图。将球形颗粒的影响用虚拟空化泡和均匀分布的线性汇的叠加作用来表示,且满足颗粒表面上液体的边界条件。因此,单个球形颗粒引起的液体速度势可表示为^[14]:

$$\varphi = -\frac{mR_p}{4\pi l} \frac{1}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}_i|} + \frac{m}{4\pi R_p} \int_0^{R_p^2/l} \frac{ds}{|\mathbf{r} - (s,0)|} \quad (3)$$

其中

$$m = 4\pi R^2 \dot{R}$$

式中: R_p 为颗粒半径; l 为颗粒与空化泡中心的距离; $\mathbf{r}$ 为空化泡外某点处距离空化泡中心的距离; $\mathbf{r}_i$

为虚拟空化泡的初始形心位置; s 为积分变量。式(3)中的等号后第一项代表虚拟点源,第二项代表线性汇,线性汇的范围为 $(0, R_p^2/l)$ 。

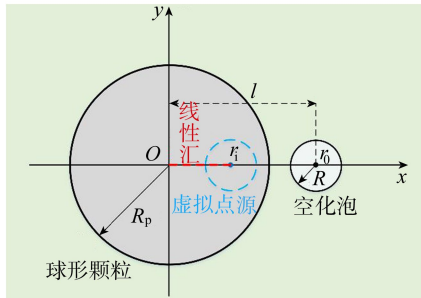


图 1 球形颗粒对空化泡作用的 Weiss 定理示意图

利用 MATLAB 中的自适应步长 ode45 求解器对上述理论模型进行数值求解,以获得空化泡开尔文冲量及空化泡周围液体速度场分布。数值计算中使用的重要常数取值如下:液体密度 1000 kg/m³,环境压强 100 kPa,液体表面张力系数 0.0725 kg/s²,多变指数 1.40。

本文研究的颗粒和空化泡的尺寸相当,颗粒的重力相对于空化泡对其的冲击力较小,因此,本文忽略颗粒的移动。此外,本文研究的空化泡的尺寸有限,忽略空化泡所受的浮力。

2 实验设置

2.1 实验系统

图 2 为用于研究空化泡和颗粒相互作用的高速摄影实验系统示意图。系统主要设备包括高速相机、激光发生器、计算机、装有去离子水的水箱、聚焦透镜、数字延迟发生器等。其中,聚焦透镜的作用是将激光发生器产生的高能激光束聚焦在装满去离子水的水箱中,空化泡便能在焦点处产生。激光能量衰减器被放置在激光束路径上,用于控制空化泡的尺寸。另外,将不同尺寸的球形颗粒用胶水固定在一根细针的尖端,颗粒的运动可以通过调节与针相连的三维位移台控制,颗粒中心和空化泡的中心控制在同一条水平线上。此外,颗粒和空化泡均淹没在去离子水中,并且远离水箱的壁面,因此液面和

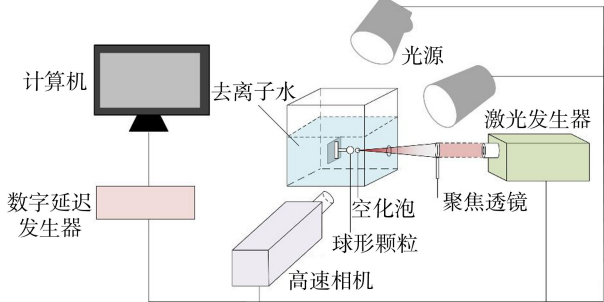


图 2 空化泡与颗粒相互作用高速摄影实验系统示意图

水箱对空化泡动力学的影响可以忽略。本文实验利用高速相机记录了静止流体中单个球形颗粒附近空化泡动力学的过程,拍摄速度为 9 万帧/s,每帧之间的时间间隔为 11.11 μs ,图像分辨率为 256 $\times$ 256 像素。实验过程中采用数字延迟发生器对照明光源与高速相机进行同步。

2.2 典型实验结果

图 3 为单个球形颗粒附近空化泡动力学的典型实验结果($l=2.3\text{ mm}$, $R_p=1.00\text{ mm}$,空化泡最大半径 $R_{\text{max}}=1.15\text{ mm}$,图 3(a)对应的时刻 $t_0=14.53\text{ }\mu\text{s}$,高速摄影每一帧时间间隔 $\Delta t=11.11\text{ }\mu\text{s}$)。在空化泡第一个振荡周期内(图 3(a)~(j)),空化泡在膨胀和溃灭过程中,泡壁呈现出明显的不均匀膨胀和收缩现象,尤其是溃灭阶段,泡壁左侧有明显凸起(图 3(f)~(j))。此外,由图 3 中红色虚线可以看到空化泡有明显的向左运动。在空化泡的第二个振荡周期,空化泡的运动更加剧烈和复杂(图 3(k)~(o))。后文主要分析空化泡的第一个振荡周期。

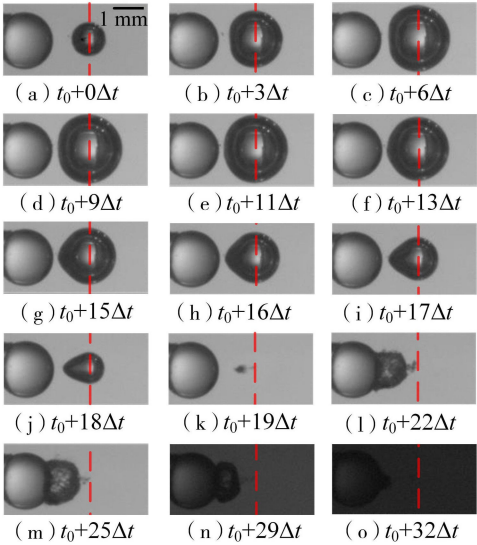


图 3 球形颗粒作用下空化泡前两个周期的动力学行为

3 结果与分析

3.1 开尔文冲量特性

图 4 为单个球形颗粒附近空化泡开尔文冲量的矢量图($R_p=0.001\text{ mm}$, $R_{\text{max}}=1.15\text{ mm}$),图中箭头和长度分别表示冲量的方向和大小,空化泡距离颗粒越近,开尔文冲量越大,并且开尔文冲量的方向始终朝向颗粒中心。

图 5 为空化泡在溃灭过程中的移动情况($R_p=1.00\text{ mm}$, $R_{\text{max}}=1.15\text{ mm}$)。由图 5(a)(b)可知,颗粒与空化泡间距较小时,空化泡朝向颗粒的移动比较显著;而当颗粒与空化泡间距较大时(图 5(c)),空化泡在溃灭过程中的移动不明显。这表明空化泡

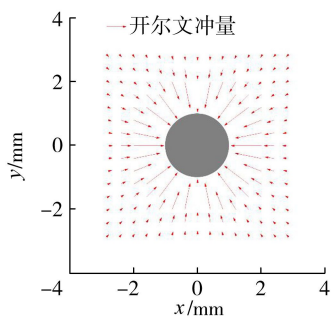


图 4 单个球形颗粒附近空化泡开尔文冲量矢量图

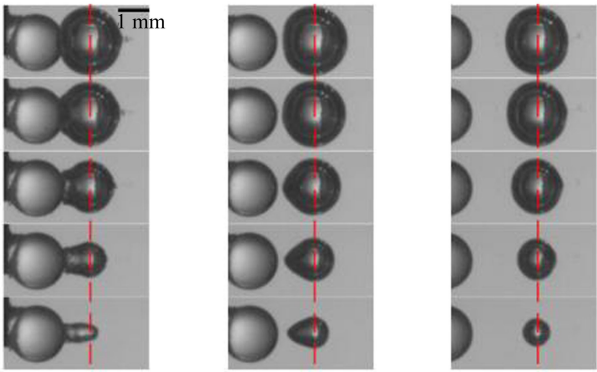


图 5 不同颗粒与空化泡距离下空化泡移动的定性展示

越靠近颗粒,空化泡受颗粒的影响越显著,这也定性说明了空化泡的开尔文冲量结果的合理性。

图 6 和图 7 分别为空化泡在溃灭时周围液体的速度场和空化泡动力学行为的实验结果($R_p=1.00\text{ mm}$, $R_{\text{max}}=1.15\text{ mm}$)。通过对比空化泡在溃灭状态下泡壁附近液体的速度分布和空化泡溃灭状态可知,泡壁附近液体速度分布的不均匀性与空化泡溃灭状态基本一致。靠近颗粒泡壁处的液体速度比较小,远离颗粒泡壁处的液体速度比较大,说明空化泡溃灭产生的射流方向是朝向颗粒的。根据空化泡溃灭后产生的射流方向也间接预测了空化泡朝向颗粒移动的现象^[15]。

3.2 颗粒与空化泡无量纲距离对空化泡开尔文冲量的影响

为进一步揭示颗粒和空化泡的核心参数对空化泡开尔文冲量的影响,基于颗粒与空化泡中心距离、颗粒半径和空化泡最大半径,定义颗粒与空化泡的无量纲距离 γ 如下^[5]:

$$\gamma = \frac{l - R_p}{R_{\text{max}}} \tag{4}$$

图 8 为空化泡开尔文冲量随颗粒与空化泡无量纲距离的变化情况,开尔文冲量负值表示方向朝向颗粒),开尔文冲量的绝对值随颗粒与空化泡无量纲距离的增大急剧减小,表明颗粒与空化泡无量纲距离的增大使颗粒对空化泡的吸引力下降,可以预

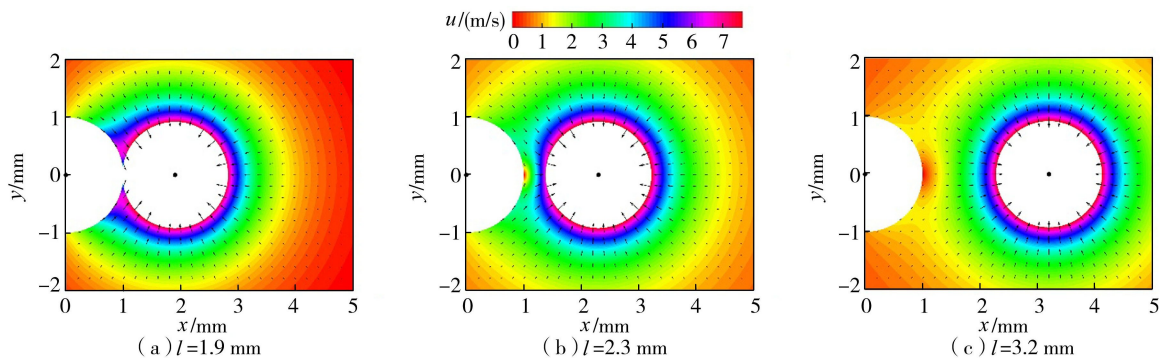


图 6 不同颗粒与空化泡距离下空化泡附近液体的速度分布特征

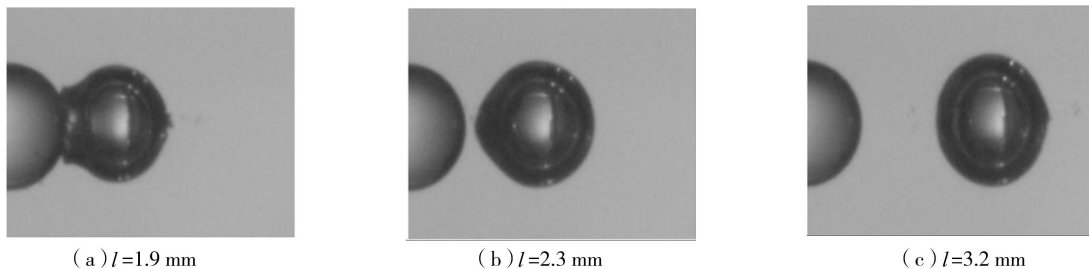


图 7 不同颗粒与空化泡距离下空化泡的动力学行为

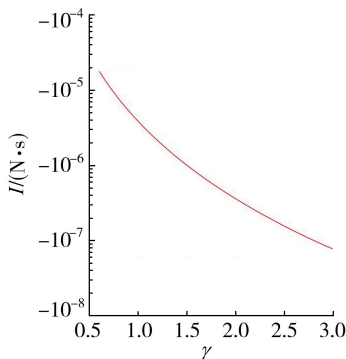


图 8 空化泡开尔文冲量随颗粒与空化泡无量纲距离的变化曲线

测出空化泡向颗粒移动的距离将随之减小。

3.3 空化泡开尔文冲量组成成分的贡献分析

为进一步探究空化泡开尔文冲量组成成分的贡献情况,图 9 给出了虚拟点源和线性汇对空化泡开尔文冲量贡献的对比情况 ($R_p = 1.00 \text{ mm}$, $R_{\max} = 1.15 \text{ mm}$)。由图 9 可知,虚拟点源使空化泡开尔文冲量的方向朝向颗粒,而线性汇对冲量的作用正好

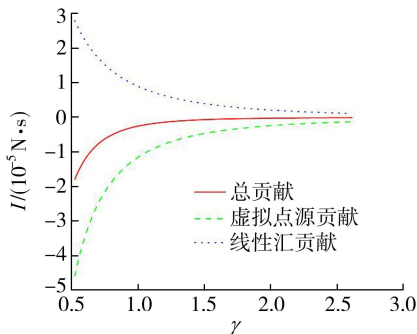


图 9 开尔文冲量组分的贡献对比

相反,朝向远离颗粒的方向。通过对比虚拟点源和线性汇的作用还可发现,相比于线性汇,虚拟点源对空化泡开尔文冲量的贡献更为显著。因此,虚拟点源和线性汇的综合贡献使得空化泡的开尔文冲量朝向颗粒。

4 结 论

a. 空化泡开尔文冲量理论模型可以有效预测单颗粒作用下空化泡的移动特性。

b. 颗粒与空化泡无量纲距离越大,空化泡开尔文冲量的绝对值越小,可以预测出空化泡向颗粒移动的距离也减小。

c. 相比于线性汇,虚拟点源对空化泡开尔文冲量的贡献更显著。

参考文献:

- [1] 杜萱,张宇宁. 恒定压力波作用下气泡振荡现象的理论分析[J]. 排灌机械工程学报, 2025, 43(7): 701-707. (Du Xuan, Zhang Yuning. Theoretical analysis of bubble oscillation phenomenon under constant pressure wave action[J]. Journal of Drainage and Irrigation Machinery Engineering, 2025, 43(7): 701-707. (in Chinese))
- [2] 石海峡,杨亚飞,李跃等. 蜗壳式多级泵首级叶轮切割压力脉动特性[J]. 排灌机械工程学报, 2019, 37(1): 7-12. (Shi Haixia, Yang Yafei, Li Yue, et al. Pressure fluctuation in multistage volute pump with the first stage impeller trimmed[J]. Journal of Drainage and Irrigation Machinery Engineering, 2019, 37(1): 7-12. (in Chinese))

[3] 陈少林,王恺. 超高层建筑消防系统的减压阀常见问题分析及改进措施[J]. 给水排水, 2021, 57(增刊 2): 362-365. (Chen Shaolin, Wang Kai. Common problems analysis and improvement measures of pressure reducing valves in fire protection systems of super high-rise buildings[J]. Water & Wastewater Engineering, 2021, 57(S2): 362-365. (in Chinese))

[4] 纪昌明,张玉山,李继清. 市场环境下水电系统厂间经济运行问题研究[J]. 华北电力大学学报, 2005, 32(1): 99-102. (Jing Changming, Zhang Yushan, Li Jiqing. Study on inter-plant economic operation of hydroelectric system under market environment [J]. Journal of North China Electric Power University, 2005, 32(1): 99-102. (in Chinese))

[5] Wang Xiaoyu, Wu Guanhao, Zheng Xiaoxiao, et al. Theoretical investigation and experimental support for the cavitation bubble dynamics near a spherical particle based on Weiss theorem and Kelvin impulse [J]. Ultrasonics Sonochemistry, 2022, 89: 106130.

[6] Zheng Xiaoxiao, Wang Xiaoyu, Zhang Yuning, et al. A single oscillating bubble in liquids with high Mach number [J]. Ultrasonics Sonochemistry, 2022, 85: 105985.

[7] Benjamin T B, Ellis A T. The collapse of cavitation bubbles and the pressures thereby produced against solid boundaries[J]. Philosophical Transactions of the Royal Society B Biological Sciences, 1966, 260(1110): 221-240.

[8] Blake J R, Cerone P. A note on the impulse due to a vapour bubble near a boundary [J]. The ANZIAM Journal, 1982, 23(4): 383-393.

[9] Blake J R, Taib B B, Doherty G. Transient cavities near boundaries(Part 1): rigid boundary[J]. Journal of Fluid Mechanics, 1986, 170: 479-497.

[10] Blake J R, Leppinen D M, Wang Qianxi. Cavitation and bubble dynamics; the Kelvin impulse and its applications [J]. Interface focus, 2015, 5(5): 20150017.

[11] Best J P, Blake J R. An estimate of the Kelvin impulse of a transient cavity [J]. Journal of Fluid Mechanics, 1994, 261: 75-93.

[12] Landweber L, Miloh T. Unsteady lagally theorem for multipoles and deformable bodies [J]. Journal of Fluid Mechanics, 1980, 96(1): 33-46.

[13] Milne-Thomson L M . Theoretical hydrodynamics[J]. The Mathematical Gazette, 1996, 34(308): 3608696.

[14] Zheng Xiaoxiao, Wang Xiaoyu, Ding Zhiling, et al. Investigation on the cavitation bubble collapse and the movement characteristics near spherical particles based on Weiss theorem [J]. Ultrasonics Sonochemistry. 2023, 93: 106301.

[15] Hu Jinsen, Lu Xuan, Liu Yifan, et al. Numerical and experimental investigations on the jet and shock wave dynamics during the cavitation bubble collapsing near spherical particles based on OpenFOAM [J]. Ultrasonics Sonochemistry, 2023, 99: 106579.

[16] Wang Xiaoyu, Wu Guanhao, Shen Junwei, et al. Research on the collapse dynamics of a restricted cavitation bubble near a right-angle wall based on Kelvin impulse theory [J]. Physics of Fluids, 2023, 35: 073335 .

[17] Hu Jinsen, Lu Xuan, Liu Yifan, et al. Numerical and experimental investigations on the jet and shock wave dynamics during the cavitation bubble collapsing near spherical particles based on OpenFOAM [J]. Ultrasonics Sonochemistry, 2023, 99: 106576.

[18] 杜先荣,尹建勇,张永学,等. 基于 OpenFOAM 的缺陷壁面附近空化泡动力学过程模拟[J]. 水利水电科技进展, 2025, 45(1): 39-46. (Du Xianrong, Yin Jianyong, Zhang Yongxue, et al. Simulation of cavitation bubble dynamics near defective wall surface based on OpenFOAM [J]. Advances in Science and Technology of Water Resources, 2025, 45(1): 39-46. (in Chinese))

(收稿日期: 2025 - 05 - 18 编辑: 熊水斌)

(上接第 15 页)

[16] Chan S N, Cong J, Lee J H W. 3D numerical modeling of geyser formation by release of entrapped air from horizontal pipe into vertical shaft[J]. Journal of Hydraulic Engineering, 2018, 144(3): 04017071.

[17] Zhang Shuangqing, Liu Jiachun, Huang Biao, et al. Numerical study of geyser events in rainstorm systems at different scales [J]. Water Science and Engineering, 2023, 16(4): 381-389.

[18] 刘伟,周开锋,赵晗旭,等. 城市排水管道间歇泉形成机理及防护措施研究[J]. 给水排水, 2025, 51(11): 121-128. (Liu Wei, Zhou Kaifeng, Zhao Hanxu, et al. Formation mechanism and protection measures of geysers in urban drainage pipes [J]. Water & Wastewater Engineering, 2025, 51(11): 121-128. (in Chinese))

[19] Fang Haoyu, Zhou Ling, Cao Yun, et al. 3D CFD simulations of air-water interaction in T-junction pipes of urban stormwater drainage system [J]. Urban Water Journal, 2022, 19(1): 74-86.

(收稿日期: 2025 - 03 - 19 编辑: 俞云利)