

非线性马斯京根法在山区小流域数字孪生中的应用

陈 钢¹,张天舒¹,俞 悦¹,王船海¹,金 洁²,杨 坤¹

(1. 河海大学水文水资源学院,江苏 南京 210098; 2. 杭州临平水利项目管理有限公司,浙江 杭州 311103)

摘要:面对国家数字孪生流域建设对洪水预报中河道水位、流速预报提出的新挑战,提出了一种基于非线性马斯京根法的双层等效河道洪水预报方法。该方法利用马斯京根参数 K 、 X 推导出双层等效河道断面公式,从而在传统方法流量计算的基础上,通过水动力学方法实现水位、流速的同步模拟。以南运河称沟湾站至临清站洪水过程为例进行验证,结果表明:相比于传统方法,双层等效河道方法除了可以通过水动力学方法对河道大断面资料缺乏的地区进行流量预报之外,还能对任意时刻、河道任意断面的水深、流速信息进行模拟,实现了河道大断面资料的扩充;抛物线形和矩形双层等效河道方法对临清断面流量的模拟结果确定性系数均在 0.98 以上,洪峰误差百分比分别为 0.3% 和 0.17%,均方根误差均小于 $20\text{ m}^3/\text{s}$;对临清断面流速的模拟方面,抛物线形和矩形双层等效河道方法均准确模拟了流速最大值出现的时间。

关键词:数字孪生流域;非线性马斯京根法;洪水预报;水文水动力学;等效河道

中图分类号:P333 **文献标志码:**A **文章编号:**1004-6933(2025)06-0012-06

Application of nonlinear Muskingum method in digital twin of small watersheds in mountainous areas//CHEN Gang¹, ZHANG Tianshu¹, YU Yue¹, WANG Chuanhai¹, JIN Jie², YANG Shen¹ (1. College of Hydrology and Water Resources, HoHai University, Nanjing 210098, China; 2. Hangzhou Linping Water Conservancy Project Management Co., Ltd., Hangzhou 311103, China)

Abstract: A dual-layer equivalent channel method based on nonlinear Muskingum flood forecasting method is proposed to address the new challenges posed by the construction of national digital twin watersheds for predicting river water level and flow velocity in flood forecasting. This method uses the Muskingum parameters K and X to derive the formula for the dual-layer equivalent channel section, thereby achieving synchronous simulation of water level and flow velocity through hydrodynamic methods based on traditional flow calculation methods. Using the flood process from Chenggouwan Station to Linqing Station on the South Canal as an example for verification. The results show that compared with traditional method, the dual-layer equivalent channel method can not only forecast flow in areas lacking large cross-section data through hydrodynamic methods, but also simulate water depth and flow velocity information at any time and any cross-section of the river channel, achieving the expansion of large cross-section data of the river channel. The determination coefficients of the simulation results of the flow rate of Linqing Section using parabolic and rectangular dual-layer equivalent channel methods are both above 0.98, with peak error percentages of 0.3% and 0.17%, respectively, and root mean square errors of less than $20\text{ m}^3/\text{s}$. In terms of simulating the flow velocity of the Linqing Section, both the parabolic and rectangular dual-layer equivalent channel methods accurately simulated the time when the maximum flow velocity occurred.

Key words: digital twin watershed; nonlinear Muskingum method; flood forecasting; hydrology and hydrodynamics; equivalent channel

洪水灾害是威胁人们生命财产安全的重大自然灾害之一,其中山丘区小流域的洪水问题尤为突出^[1]。山丘区中、小河流洪水具有源短流急、陡涨陡落的特点,其成灾时间短,突发性强,局地破坏大^[2-4]。随着气候变化和人类活动的影响,近年来突发性大暴雨事件增多,及时准确地预报山洪对减少人员伤亡和社会财产损失具有重要意义。不同于大江大河流域的洪水问题,由于设站条件差,山丘区小流域往往缺少水文实测资料,属于典型的无资料流域,洪水预报具有技术挑战^[5-7]。无资料流域预测问

基金项目:国家重点研发计划项目(2021YFC3000104);国家自然科学基金联合基金项目(U2240209)
作者简介:陈钢(1986—),男,副教授,博士,主要从事水文物理规律及水文预报研究。E-mail:gangchen@hhu.edu.cn
通信作者:王船海(1963—),男,教授,博士,主要从事水文水资源及水环境模拟研究。E-mail:chwang@hhu.edu.cn

题一直是世界性的难题,学者们提出了很多解决方案。李治军等^[8]将无资料流域预测问题解决方案总结为参证法、推理公式法和水文模型法3类。目前,这些方法大多以预测径流量为核心,只能对流域出口流量进行预测,对山丘区小流域河道内洪水的运动状态难以模拟^[9-11]。随着信息技术的飞速发展,数字孪生技术已经成为多个行业创新发展的重要动力,建设数字孪生流域也已经成为目前智慧水利发展的核心目标与任务^[12]。数字孪生流域旨在利用数字孪生技术,在虚拟的数字世界中建设一个与现实世界交互映射、协同交互的孪生体。通过构建数字孪生流域,能够对流域内的洪水开展模拟预报^[13-14],实现针对洪水信息的“四预”功能^[15],这为山丘区小流域河道内除了流量外的水位、流速等要素的预报提供了新思路^[16-17]。

目前,河道内进行汇流演算的计算方法主要有水文学方法和水动力学方法^[18-19]。马斯京根法是最常用的水文学方法,马斯京根法由 McCarthy^[20]于1938年首次提出,其用槽蓄方程代替复杂的水动力学方程,用水量平衡方程代替连续方程,极大地简化了计算。该方法计算简单,所需资料少,通过洪水资料便可以计算下游断面的出流过程,被广泛应用于河道汇流演算^[21-22]。与此同时,利用数值方法求解圣维南方程组的水动力学方法日益成熟,能够快速有效地对河道内流速、水位等信息进行模拟^[23-25]。马斯京根法根据上游来水计算下游流量,仅能预测末端出口流量,难以反映河道内支流来水顶托影响;水动力学方法则需要大量的河道实测资料来进行洪水过程模拟。基于优势互补的思想,若能将传统的马斯京根法与水动力学方法相结合,则可以利用简单的参数实现河道内洪水运动多元信息状态的模拟。王船海等^[26]提出了一种将马斯京根参数 K 、 X 转换为等效河道的计算方法,利用参数 K 、 X 及其他一些较容易获取的参数,推导出不同形状的概化河道的河宽、坡度、最大水深的计算公式。基于此,本文提出一种基于非线性马斯京根参数 K 、 X 的双层等效河道的计算方法,非线性马斯京根参数随特征流量变化,能够反映河道的非线性特征。通过构建双层等效河道,进一步扩充河道大断面资料,实现河道内流量、水位、流速等要素模拟预报,以期为建设数字孪生流域专业水文模型提供支撑。

1 基于非线性马斯京根法的双层等效河道方法

1.1 通用等效河道计算方法

王船海等^[26]基于马斯京根法中的参数 K 、 X ,与

特征河长相结合,构建了通用等效河道公式:

$$\begin{cases} Q = F(H)R^{\frac{2}{3}}\sqrt{i_0}/n \\ R^{\frac{2}{3}}\sqrt{i_0} = nL/\alpha K \\ i_0 = F(H)/\left\{\left(\frac{1}{2} - X\right)2L\left[F'(H) + \frac{2}{3}F(H)R^{-1}R'(H)\right]\right\} \end{cases} \quad (1)$$

式中: R 为水力半径; i_0 为河道比降; n 为糙率; L 为河道长度; α 为平均流速转换波速系数; K 、 X 为马斯京根法参数; Q 为特征流量; H 为等效河道断面深度; $F(H)$ 为等效河道断面面积关于 H 的函数; $F'(H)$ 为等效河道断面面积函数对 H 求偏导; $R'(H)$ 为水力半径函数对 H 求偏导。

在单层等效河道的基础上,本文提出双层等效河道,示意图如图1所示。将具有非线性特性的实际河道概化为两层等效河道,这两层等效河道各自具有不同的马斯京根法参数。在计算不同层级河道断面信息时,需使用对应层级的特征流量和马斯京根参数。其中,第一层级等效河道马斯京根法参数设为 K_1 、 X_1 ,特征流量设为 Q_1 ;第二层级等效河道马斯京根法参数设为 K_2 、 X_2 ,特征流量设为 Q_2 。第一层等效河道的河宽 B_1 与第二层等效河道的河底宽度相等, B 为双层等效河道宽度;第一层等效河道深度为 H_1 ;第二层等效河道的深度为 H_2 ; H 为等效河道断面深度,为 H_1 与 H_2 的和。定义第一层等效河道与第二层等效河道的河道比降相等,即 $i_1 = i_2 = i_0$ 。

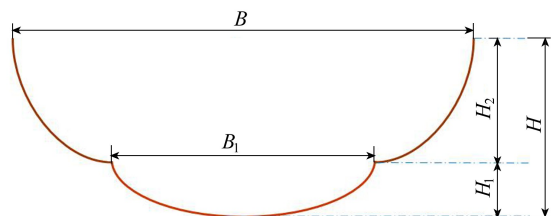


图1 双层等效河道断面示意图

Fig. 1 Diagram of dual-layer equivalent channel section

将第一层级马斯京根参数 K_1 、 X_1 和第一层级特征流量 Q_1 代入通用等效河道计算公式,可求得第一层级不同形状(矩形、抛物线形)的等效河道断面的河宽 B_1 、深度 H_1 河道比降 i_0 ,则双层等效河道的河道比降为 i_0 。令水力半径 $R = \frac{F(H_2)}{B}$,则

$$R'(H_2) = \frac{F'(H_2)}{B} - \frac{F(H_2)}{B^2}B'(H_2) = 1 - \frac{B'(H_2)}{B}R,$$

其中, $B'(H_2)$ 为河宽函数对 H_2 求偏导。将第二层级马斯京根参数 K_2 、 X_2 和第二层级特征流量 Q_2 代入通用等效河道计算公式,可得到第二层级等效河道的基本公式:

$$\begin{cases} F(H_2) = \alpha K_2 Q_2 / L \\ R'(H_2) = \frac{3}{2} \left\{ n^{\frac{3}{2}} L^{\frac{1}{2}} / \left[i_0^{\frac{7}{4}} (\alpha K_2)^{\frac{3}{2}} (1 - 2X_2) \right] - 1 \right\} \\ B = n^{-\frac{3}{2}} i_0^{\frac{3}{4}} Q_2 (\alpha K_2 / L)^{\frac{5}{2}} \end{cases} \quad (2)$$

式中: $F(H_2)$ 为等效河道断面面积关于 H_2 的函数; $F'(H_2)$ 为等效河道断面面积函数对 H_2 求偏导; $R'(H_2)$ 为水力半径函数对 H_2 求偏导。

1.2 双层等效河道断面计算方法

根据第一层级等效河道计算结果,得到第一层级等效河道断面的河宽 B_1 、深度 H_1 、河道比降 i_0 。当第二层级等效河道断面概化为指数型时,指数型断面宽度 $B_z = bH_2^a + B_1$,则:

$$F(H_2) = \int_0^{H_2} B_z dh = \frac{b}{a+1} H_2^{a+1} + B_1 H_2 + A_1 \quad (3)$$

$$R'(H_2) = abH_2^{a-1} \quad (4)$$

式中 a 、 b 为断面形状参数。

将式(3)(4)代入式(2)即可对断面形状参数和第二层级等效河道深度进行求解。同理,当第二层级等效河道断面概化为抛物线形时,抛物线形断面宽度 $B_p = b\sqrt{H_2} + a + B_1$;当第二层级等效河道断面概化为梯形时,梯形断面宽度 $B_t = bH_2 + a + B_1$ 。通过提出不同的河道断面概化形状,得到河宽关于断面形状参数和第二层级等效河道深度的关系式,进而求解双层等效河道参数,即为基于双层等效河道方法。

2 实例验证

2.1 研究区概况

为验证提出的双层等效河道方法,选择 1961 年海河流域称沟湾站至临清站的一次洪水过程进行验证。南运河称沟湾站至临清站全长 83.8 km。南运河流域位于河北省南部,地处温带半干旱、半湿润季风气候区,四季分明,春季干燥多风,夏季湿润多雨,秋季天高气爽,冬季寒冷少雪。由于地势和气候的特性,南运河流域降水有明显地带性差异,且年内、年际分配极不均匀,容易形成春季干旱,夏季集中暴雨洪水。因此,历史上南运河水旱等灾害频繁。

2.2 演算结果

将南运河整个河道概化为一条 83.8 km 的长河段,糙率 n 取 0.02,平均流速转换波速系数 α 取 1.35,第一层级等效河道分别选抛物线形和矩形,第二层级等效河道选指数型,概化后的河道断面形状如图 2 所示。第一层级等效河道的马斯京根法参数为 $K_1 = 13.05$, $X_1 = 0.02$,特征流量 $Q_1 = 200 \text{ m}^3/\text{s}$;第

二层级等效河道马斯京根法参数为 $K_2 = 17.15$, $X_2 = 12.58$,特征流量 $Q_2 = 1000 \text{ m}^3/\text{s}$ 。分别采用传统的马斯京根法(以下简称传统方法)和双层等效河道方法进行演算。经计算,河道大断面第一层级概化为抛物线形、第二层级为指数型的双层等效河道(简称抛物线形双层等效河道)情况下,河道全程比降 $i_0 = 0.43\text{‰}$,第一层级河宽 $B_1 = 41.61 \text{ m}$,深度 $H_1 = 7.51 \text{ m}$,第二层级等效河道断面深度 $H_2 = 11.18 \text{ m}$,双层等效河道宽度 $B = 93.52 \text{ m}$;河道大断面第一层级概化为矩形、第二层级为指数型的双层等效河道(简称矩形双层等效河道)情况下,河道全程比降 $i_0 = 0.37\text{‰}$,第一层级河宽 $B_1 = 46.46 \text{ m}$,深度 $H_1 = 4.92 \text{ m}$,第二层级等效河道断面深度 $H_2 = 8.89 \text{ m}$,双层等效河道宽度 $B = 109.86 \text{ m}$ 。

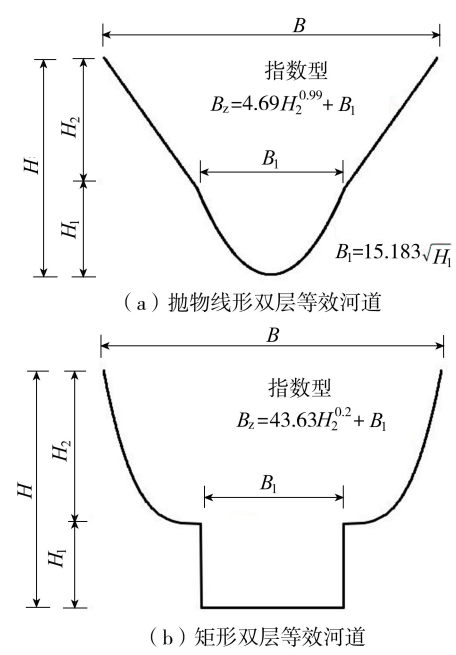


图 2 双层等效河道断面示意图
Fig. 2 Cross-section schematic diagram of dual-layer equivalent channel

基于得到的概化大断面形状信息,结合曼宁公式及流速-流量关系,可推导出临清断面水深-流量关系。在水动力模型中,以称沟湾站实测流量为上边界条件,临清站水深-流量关系为下边界条件进行模拟。图 3 为临清断面实测流量与传统方法及两种双层等效河道方法演算结果对比,表 1 为模拟结果评价指标。由图 3 和表 1 可见,3 种方法的确定性系数均在 0.98 以上,表明拟合结果优秀,能反映实际的河道流量情况;从洪峰误差百分比来看,3 种方法均不超过 0.3%,误差极小。抛物线形双层等效河道的洪峰误差百分比为 0.3%,矩形双层等效河道的洪峰误差百分比为 0.17%;从均方根误差来看,3 种方法均小于 $20 \text{ m}^3/\text{s}$,占实测流量的 3%~

10%,说明模型模拟效果优秀。同时,相较于矩形双层等效河道,抛物线形双层等效河道的流量模拟结果更好。总的来看,相较于传统方法,双层等效河道方法模拟得到的临清流量过程能反映临清实际出流过程和河道的槽蓄能力。

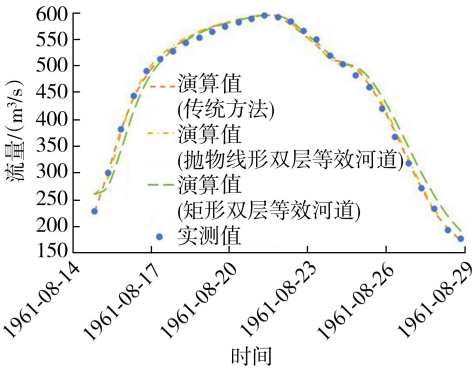


图 3 临清断面实测流量与不同方法演算结果对比
Fig.3 Comparison of measured flow at Linqing Section with calculation results of different methods

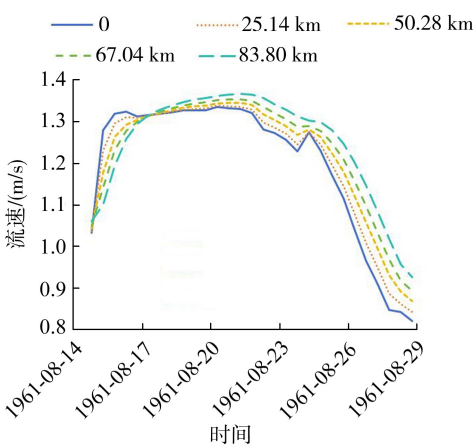
表 1 临清断面流量演算结果评价指标
Table 1 Evaluation indexes for Linqing Section flow calculation results

方法	确定性系数	洪峰误差 百分比/%	均方根 误差/(m³/s)
传统方法	0.99	0.12	6.07
抛物线形双层等效河道	0.99	0.30	10.03
矩形双层等效河道	0.98	0.17	18.61

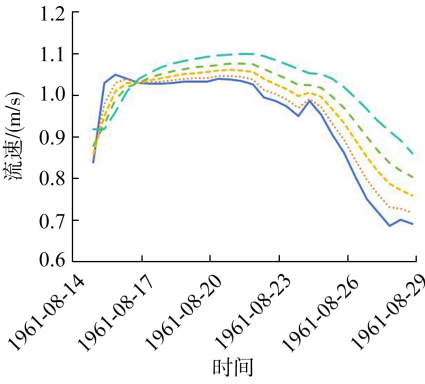
2.3 合理性分析

除了可以实现流量的演算外,相较于传统方法,双层等效河道方法还可以实现河道大断面资料的扩充,对河道的水位、流速等要素进行模拟。选取距临清断面 0、25.14、50.28、67.04、83.80 km 河段的不同断面处,将抛物线形和矩形双层等效河道方法的流速模拟结果进行对比,结果如图 4 所示。由图 4 可见,对于抛物线形双层等效河道方法模拟结果,8 月 17 日前各断面流速从上游至下游递减,8 月 17 日后下游断面流速大于上游断面流速,临清断面于 8 月 21 日达到流速最大值,为 1.36 m/s;对于矩形双层等效河道方法模拟结果,8 月 16 日前各断面流速从上游至下游递减,8 月 16 日后下游断面流速大于上游断面流速,临清断面于 8 月 21 日达到流速最大值,为 1.10 m/s。事实上,临清断面的实测流量也在 8 月 21 日达到了洪峰流量,验证了模拟结果的合理性。

双层等效河道方法还可以模拟河道各断面的水位,图 5 为临清断面实测水位与抛物线形、矩形双层等效河道方法模拟结果对比。由图 5 可见,抛物线形、矩形双层等效河道方法模拟的水位过程与实测的水位过程趋势一致,均于 8 月 21 日达到最大值。



(a) 抛物线形双层等效河道



(b) 矩形双层等效河道

图 4 河段不同断面处双层等效河道方法模拟的流速
Fig.4 Flow velocity simulation using dual-layer equivalent channel methods at different river cross-sections

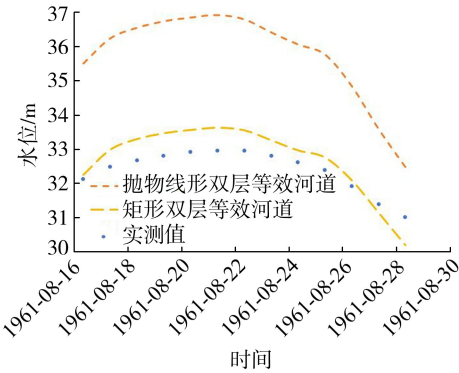


图 5 临清断面实测水位与两种双层等效河道方法演算结果对比

Fig.5 Comparison of measured water level at Linqing Section with two dual-layer equivalent channel methods

实测的水位最大值为 32.96 m,抛物线形双层等效河道方法模拟的水位最大值为 36.91 m,绝对误差为 3.95 m,相对误差为 11.9%;矩形双层等效河道方法模拟的水位最大值为 33.63 m,绝对误差为 0.67 m,相对误差为 2.0%。总的来看,矩形双层等效河道方法的模拟结果更符合实际情况。

将称沟湾站实测的河道大断面形状与概化断面进行对比,结果如图 6 所示。由图 6 可见,称沟湾测

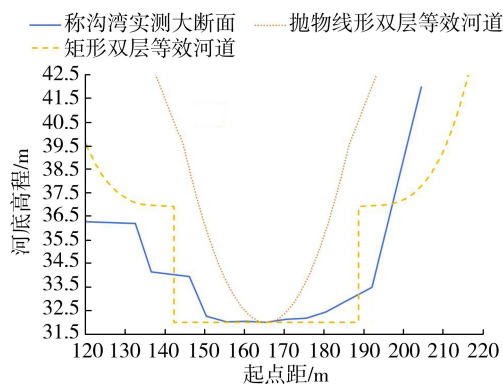


图6 称沟湾站实测大断面形状与概化断面对比
Fig. 6 Comparison between actual cross-section and generalized cross-section at Chengouwan Station

站过水断面形状较不规则,主槽间距为 52.78 m,抛物线形双层等效河道主槽宽度为 41.61 m,相对误差为 21.2%;矩形双层等效河道主槽宽度为 46.46 m,相对误差为 12.0%。可见,矩形双层等效河道能够更好地贴近实际的大断面形状,其模拟得出的水位更符合实测水位。本文双层等效河道方法是一种理想化的河道概化方式,两种概化方式都是对称的,均能大致描述河道大断面。

3 结 语

为满足山丘区河道数字孪生建设的需要,基于非线性马斯京根法中的两套参数构建双层等效河道,推演出不同形状的概化断面下的河宽、河道比降、等效河道断面深度的计算公式,并在海河流域称沟湾至临清段的河道进行了实例验证。结果表明,抛物线形和矩形双层等效河道方法对临清断面流量的模拟结果确定性系数均在 0.98 以上,洪峰误差百分比分别为 0.3% 和 0.17%,均方根误差均小于 $20\text{ m}^3/\text{s}$ 。对临清断面流速的模拟方面,抛物线形和矩形双层等效河道方法均准确模拟到了流速最大值出现的时间。对于临清断面水位的模拟,抛物线形双层等效河道方法绝对误差为 3.95 m,相对误差为 11.9%;矩形双层等效河道方法绝对误差为 0.67 m,相对误差为 2.0%。在称沟湾站大断面概化中,抛物线形双层等效河道主槽宽度为 41.61 m,相对误差为 21.2%;矩形双层等效河道主槽宽度为 46.46 m,相对误差为 12.0%。相比于传统方法,双层等效河道方法除了可以对河道大断面资料缺乏的地区进行流量预报之外,还能通过水动力学方法对任意时刻、河道任意断面的水深、流速信息进行模拟,实现了河道大断面资料的扩充,改进了传统的水文学河道汇流计算模式,还能用于计算山丘区干支流上下游顶托影响、泥沙运输模拟、生态河道设计等领域,为传

统方法转换为水动力模型计算提供了新思路。

参考文献:

- [1] JONKMAN S N. Global perspectives on loss of human life caused by floods[J]. Natural Hazards, 2005, 34(2): 151-175.
- [2] 刘志雨,刘玉环,孔祥意. 中小河流洪水预报预警问题与对策及关键技术应用[J]. 河海大学学报(自然科学版), 2021, 49(1): 1-6. (LIU Zhiyu, LIU Yuhuan, KONG Xiangyi. Problems, strategies and key technology research of flood forecasting and early warning for small and medium-sized rivers [J]. Journal of Hohai University (Natural Sciences), 2021, 49(1): 1-6. (in Chinese))
- [3] 李红霞,王瑞敏,黄琦,等. 中小河流洪水预报研究进展[J]. 水文, 2020, 40(3): 16-23. (LI Hongxia, WANG Ruimin, HUANG Qi, et al. Advances on flood forecasting of small-medium rivers[J]. Journal of China Hydrology, 2020, 40(3): 16-23. (in Chinese))
- [4] 王淑英,孙英军,王雨歌. 浙江省剡溪小流域“2023. 7. 22”短历时暴雨山洪致灾成因分析[J]. 中国防汛抗旱, 2024, 34(5): 32-37. (WANG Shuying, SUN Yingjun, WANG Yuge. Analysis of the causes of “2023. 7. 22” short-duration flash flood in Shanxi River Watershed, Zhejiang Province [J]. China Flood & Drought Management, 2024, 34(5): 32-37. (in Chinese))
- [5] KONG Xiangyi, LI Zhijia, LIU Zhiyu. Flood prediction in ungauged basins by physical-based TOPKAPI model[J]. Advances in Meteorology, 2019, 2019(1): 4795853.
- [6] BORGA M, ANAGNOSTOU E N, BLÖSCHL G, et al. Flash flood forecasting, warning and risk management; the HYDRATE project[J]. Environmental Science & Policy, 2011, 14(7): 834-844.
- [7] ZHANG Yikui, RAGETTLI S, MOLNAR P, et al. Generalization of an encoder-decoder LSTM model for flood prediction in ungauged catchments[J]. Journal of Hydrology, 2022, 614: 128577.
- [8] 李治军,王华凡,侯岳,等. 我国无资料地区水文预报研究进展[J]. 水利科学与寒区工程, 2022, 5(5): 46-50. (LI Zhijun, WANG Huafan, HOU Yue, et al. Advances in hydrological forecasting for no data area in China [J]. Hydro Science and Cold Zone Engineering, 2022, 5(5): 46-50. (in Chinese))
- [9] 侯东儒,张怡雯,王金星,等. 无资料地区 Nash 瞬时单位线参数推求方法探究[J]. 水文, 2023, 43(6): 8-13. (HOU Dongru, ZHANG Yiwen, WANG Jinxing, et al. Study on parameter estimation method of Nash instantaneous unit line in ungauged basin [J]. Journal of China Hydrology, 2023, 43(6): 8-13. (in Chinese))
- [10] 李致家,姚成,张珂,等. 基于网格的精细化降雨径流水文模型及其在洪水预报中的应用[J]. 河海大学学报

- (自然科学版),2017,45(6):471-480. (LI Zhijia, YAO Cheng, ZHANG Ke, et al. Research and application of the high-resolution rainfall runoff hydrological model in flood forecasting [J]. Journal of Hohai University (Natural Sciences), 2017, 45(6):471-480. (in Chinese))
- [11] KRATZERT F, KLOTZ D, HERRNEGGER M, et al. Toward improved predictions in ungauged basins: exploiting the power of machine learning [J]. Water Resources Research, 2019, 55(12):11344-11354.
- [12] 黄艳. 数字孪生长江建设关键技术与试点初探[J]. 中国防汛抗旱, 2022, 32(2):16-26. (HUANG Yan. Study on key technology and pilot of digital twin Yangtze River construction [J]. China Flood & Drought Management, 2022, 32(2):16-26. (in Chinese))
- [13] 骆寒菁, 黄清烜, 叶斌彬, 等. 数字孪生九龙江北溪流域防洪“四预”应用[J]. 水利信息化, 2024(5):8-15. (LUO Hanjing, HUANG Qingxuan, YE Binbin, et al. Application of digital twin in “four preventions” of flood control in Beixi River Basin of Jiulong River [J]. Water Resources Informatization, 2024(5):8-15. (in Chinese))
- [14] 刘昌军, 吕娟, 任明磊, 等. 数字孪生淮河流域智慧防洪体系研究与实践[J]. 中国防汛抗旱, 2022, 32(1):47-53. (LIU Changjun, LYU Juan, REN Minglei, et al. Research and application of digital twin intelligent flood prevention system in Huaihe River Basin [J]. China Flood & Drought Management, 2022, 32(1):47-53. (in Chinese))
- [15] 蔡阳. 以数字孪生流域建设为核心构建具有“四预”功能智慧水利体系[J]. 中国水利, 2022(20):2-6. (CAI Yang. Establishing a smart water system with “forecast, early-warning, rehearsal and plan” functions by focusing on the construction of digital twin basin [J]. China Water Resources, 2022(20):2-6. (in Chinese))
- [16] 任明磊, 赵丽平, 陈智洋, 等. 面向防洪“四预”的数字孪生流域水利专业模型研发与实践应用:以数字孪生飞云江流域为例[J]. 中国水利, 2024(5):58-64. (REN Minglei, ZHAO Liping, CHEN Zhiyang, et al. Development and application of digital twin watershed water resources professional model for flood control “four pres”: taking the digital twin Feiyun River Basin as an example [J]. China Water Resources, 2024(5):58-64. (in Chinese))
- [17] 叶瑞禄, 左翔, 刘修恒. 数字孪生秦淮河流域防洪四预平台建设与应用[J]. 人民长江, 2024, 55(3):13-20. (YE Ruilu, ZUO Xiang, LIU Xiuheng. Construction and application of four pre-platform for flood control of digital twin Qinhuai River Basin [J]. Yangtze River, 2024, 55(3):13-20. (in Chinese))
- [18] 芮孝芳. 水文学原理[M]. 北京:中国水利水电出版社, 2004.
- [19] FENTON J D. Flood routing methods [J]. Journal of Hydrology, 2019, 570:251-264.
- [20] MCCARTHY G T. The unit hydrograph and flood routing [C]//Conference of the North Atlantic Division of US Corps of Engineers. Boston: USACE, 1938.
- [21] 杨飞, 刘博伦, 江恩慧, 等. 基于马斯京根法的多沙河流输沙演算[J]. 人民黄河, 2023, 45(11):39-42. (YANG Fei, LIU Bolun, JIANG Enhui, et al. Muskingum method based sediment calculations in sediment laden rivers [J]. Yellow River, 2023, 45(11):39-42. (in Chinese))
- [22] 龚定, 李致家, 臧帅宏, 等. 河道汇流演算方法对比分析与研究[J]. 河海大学学报(自然科学版), 2022, 50(6):33-39. (GONG Ding, LI Zhijia, ZANG Shuaihong, et al. Comparative analysis and research of channel flow confluence routing methods [J]. Journal of Hohai University (Natural Sciences), 2022, 50(6):33-39. (in Chinese))
- [23] 方卫华, 徐孟启. 基于 PINNs 的圣维南方程组数据同化方法[J]. 水资源保护, 2023, 39(3):24-31. (FANG Weihua, XU Mengqi. Data assimilation method of Saint-Venant equations based on PINNs [J]. Water Resources Protection, 2023, 39(3):24-31. (in Chinese))
- [24] 王浩骅, 管光华, 肖昌诚. 一维圣维南方程差分数值算法中稀疏矩阵求解方法比较及优选研究[J]. 灌溉排水学报, 2021, 40(3):116-124. (WANG Haohua, GUAN Guanghua, XIAO Changcheng. Comparison and optimization of sparse matrix solution methods in one-dimensional saint-venant equation difference numerical algorithm [J]. Journal of Irrigation and Drainage, 2021, 40(3):116-124. (in Chinese))
- [25] 胡庆云, 王船海. 圣维南方程组 4 点线性隐格式的稳定性分析[J]. 河海大学学报(自然科学版), 2011, 39(4):397-401. (HU Qingyun, WANG Chuanhai. Stability analysis of four-point linear implicit scheme of Saint-Venant equations [J]. Journal of Hohai University (Natural Sciences), 2011, 39(4):397-401. (in Chinese))
- [26] 王船海, 俞悦, 吴金宁, 等. 基于马斯京根参数 K 、 X 的等效河道计算方法研究[J]. 水利学报, 2023, 54(10):1257-1265. (WANG Chuanhai, YU Yue, WU Jinning, et al. Research on calculation method of equivalent channel based on Muskingum parameters K and X [J]. Journal of Hydraulic Engineering, 2023, 54(10):1257-1265. (in Chinese))

(收稿日期:2024-12-10 编辑:王芳)