水资源利用中最优规划问题的探讨

陈 斌

(宿迁学院,江苏 宿迁 223800)

摘要:讨论了水资源利用最优规划模型中的"多反而少"现象,对其一般最优规划模型作了一些改进,可以得到更优的结果,指出了最优规划对于节水工作的指导意义,并进行了示例计算。

关键词:水资源利用;最优规划;"多反而少"现象;节水

中图分类号:TV214 文献标识码:A 文章编号:1004-6933(2006)01-0034-02

Optimum programming in utilization of water resources

CHEN Bin

(*Suqian College*, *Suqian* 223800, *China*)

Abstract: The more-for-less paradox in the optimum programming model about utilization of water resources was discussed. The original model was improved for better result. Its significance to water saving was pointed out, and computation cases were given.

Key words: utilization of water resources; optimum programming; more-for-less paradox; water saving

水资源利用问题可以通过建立最优规划模型来求解,但在一些规划模型中,存在着一种"多反而少"现象(即多办了事,费用反而变小了)。CHARNES A等人首次在分配模型中发现了"多反而少"现象[1]。此后,这一现象得到了不少学者[2-5]的重视和研究,其研究的范围逐步扩大到一般运输问题、线性规划和非线性规划等。

1 线性规划问题中的"多反而少"现象

模型1 线性规划的标准形式为

$$\min f(X) = \sum_{i=1}^{n} c_i x_i$$

$$\text{s.t.}\begin{cases} g_i(X) = \sum\limits_{i=1}^{n} a_{ij} x_i = b_j, & (j = 1,2,\cdots,m) \\ b_j \geqslant 0, x_i \geqslant 0, & (i = 1,2,\cdots,n) \end{cases}$$

在许多实际问题中,参数 b_j 不是只取一个值,可能在某个范围内 $[a_j, d_j]$ 选取,故有线性规划模型2。

模型2

$$\min f(X) = \sum_{i=1}^{n} c_i x_i$$

$$\text{s.t.}\begin{cases} g_i(X) = \sum\limits_{i=1}^{n} a_{ij} x_i = b'_j, & (j = 1,2,\cdots,m) \\ a_j \leqslant b'_j \leqslant d_j, x_i \geqslant 0, & (i = 1,2,\cdots,n) \end{cases}$$

参数 b'_j 如果选取得当,就会出现所谓的"多反而少"现象。

如果存在实数 $b'_j \in [a_j, d_j]$,使得:① $\sum\limits_{j=1}^{m} b'_j \geqslant \sum\limits_{j=1}^{m} b_j$;② $f(X_2^*) \leqslant f(X_1^*)$;以上两个不等式中的等号不同时成立,则称模型1在区间列 $\{[a_j, d_j], j = 1,2,\cdots,m\}$ 上存在"多反而少"现象。

其实际意义是:当在一些实际问题中,将 b_j 解释为产出,而 $\sum\limits_{i=1}^{n} c_i x_i$ 是费用时,在实际允许的区间 $[a_j, d_j]$ 调整产出 b_j 的限额,使总产出 $\sum\limits_{j=1}^{m} b_j$ 增加(或

作者简介:陈斌(1973—),男,江苏徐州人,硕士,从事水资源利用与保护工作。E-mail:xzcb731018@126.com

不减)，但总费用 $\sum_{i=1}^{n} c_i x_i$ 不增(或减少)。

2 水资源利用问题中的‘多反而少’现象

水资源利用的最优规划模型一般按照线性规划模型的标准形式建立，以一维问题来说明(多维问题类似)。

$$\min Z = \min \sum_{i=1}^{n} c_i x_i$$

$$\text{s.t.}\begin{cases} \sum_{i=1}^{n} a_i x_i = b \\ x_i \geqslant 0 \qquad (i = 1,2,\cdots,n) \end{cases}$$

式中：n 为生产行业的个数；Z 为水资源总使用量；x_i 为第 i 个生产行业的产量；c_i 为第 i 个生产行业单位产品生产所需的水资源量；a_i 为第 i 个生产行业单位产品产生的效益；b 为各生产行业的总效益。

但是，在许多实际问题中，参数 b 可能不只有一个取值，而是可以在某个范围内 $[d,e]$ 内选取。如果选取得当，就可能出现‘多反而少’现象，即如果 b 值增加(或不减)，得到最优值 $\min Z$ 反而不增(或减少)。

我们知道，国家各级政府每年年末都要对下一个年度的经济发展做出规划，确定一个目标。由于各地具体条件和不确定因素的影响，这个目标可以有一个变动范围。节水工作同样存在这样的问题。上述的‘多反而少’现象的现实意义是：在实际允许的区间 $[d,e]$ 上，适当调整 b 的取值，可以使总效益 b 增加，而水资源总使用量 Z 减少。这样使单位效益值的水资源占用量减少的幅度更大。这正是节水工作所希望达到的目标。

考虑‘多反而少’现象，可以通过两条途径实现目标函数值的最优。

途径 1： 可以将上述模型变为

$$\min Z = \min \sum_{i=1}^{n} c_i x_i$$

$$\text{s.t.}\begin{cases} d \leqslant \sum_{i=1}^{n} a_i x_i \leqslant e \\ x_i \geqslant 0 \qquad (i = 1,2,\cdots,n) \end{cases}$$

各变量意义同原模型。

这样，约束条件较原模型增加了一倍，且需引入两个松弛变量，但由于线性规划有固定的解法(如单纯形法等)，仍可以求出目标函数的最优值，只是计算量比原来增加了(高维问题增加得更多)。

途径 2： 可以通过编一个程序来实现，即根据要达到的精度要求，在 $[d,e]$ 上确定适当的步长，把各个节点值赋予 b，经过计算得到的各目标函数值，再加以比较，从而得到真正的目标函数最优值。高维问题需要对每一个约束重复以上步骤，可以通过程序的嵌套来实现。

3 示例计算

某市对下一年的经济发展做出规划，要求下一年生产总值要确保达到 900 亿元，出口创汇额要确保达到 160 亿元，要确保实现 4.6 万人再就业。争取达到的目标值为生产总值 1 000 亿元，出口创汇额 190 亿元，5 万人再就业。已知的统计数据见表 1。求解要完成上述目标，水资源的用量至少需要。

表 1 已知的统计数据

项目	每百亿元产值需水量/亿 t	每百亿元产值创汇额/亿元	每百亿元产值解决再就业人口/万人
农 业	3	40	0.6
工业与建筑业	2	10	0.5
旅游餐饮服务业	1	20	0.5
其 他	2	60	0.4

以水资源的用量 Z 作为目标函数，设农业、工业与建筑业、旅游餐饮服务业及其他行业的生产总值分别为 x_1、x_2、x_3、x_4，可以建立以下的数学模型(以确保目标为要求)

$$\min Z = \min \{3x_1 + 2x_2 + x_3 + 2x_4\}$$

$$\text{s.t.}\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 9 \\ 40x_1 + 10x_2 + 20x_3 + 60x_4 = 160 \\ 0.6x_1 + 0.5x_2 + 0.5x_3 + 0.4x_4 = 4.6 \\ x_i \geqslant 0 \qquad (i = 1,2,3,4) \end{cases}$$

通过单纯形法求得最优解

$$\begin{cases} x_1 = 1 \\ x_2 = 4 \\ x_3 = 4 \\ x_4 = 0 \end{cases} \quad \text{则 } \min Z = 15$$

如果以争取达到的目标为要求，数学模型变为

$$\min Z = \min \{3x_1 + 2x_2 + x_3 + 2x_4\}$$

$$\text{s.t.}\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 10 \\ 40x_1 + 10x_2 + 20x_3 + 60x_4 = 190 \\ 0.6x_1 + 0.5x_2 + 0.5x_3 + 0.4x_4 = 5 \\ x_i \geqslant 0 \qquad (i = 1,2,3,4) \end{cases}$$

通过单纯形法求得最优解

$$\begin{cases} x_1 = 0 \\ x_2 = 1 \\ x_3 = 9 \\ x_4 = 0 \end{cases} \quad \text{则 } \min Z = 11$$

该市在生产总值、出口创汇额、解决再就业人口数增加的情况下，水资源的用量反而(下转第 38 页)

④、⑤、⑥、⑦、⑧、⑨水质满足功能要求，但功能区②、⑩水质不满足功能要求。此情形比较复杂，且中间存在水量重复计算，故

$$W_2 = W_1(W_3/W_4)$$

式中：W_3 为满足图 1(b)情形且水质不满足功能区要求的水资源可利用量之和，即功能区②的水资源可利用量+功能区⑩的水资源可利用量；W_4 为研究区域内功能区水资源可利用量之和(含重复利用水量)-研究区域内属于单一情形的功能区水资源可利用量之和；W_1 同前。

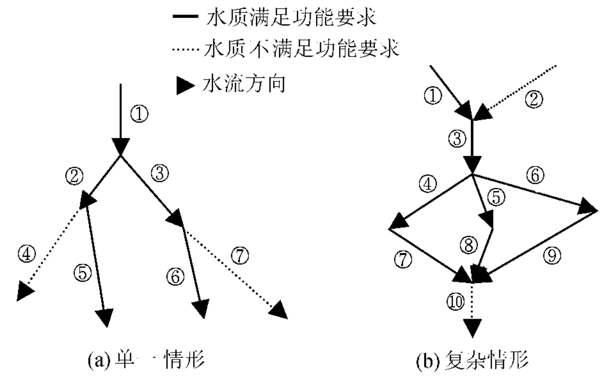

图 1　西、北江下游及其三角洲网河简图

文中鸡啼门水道饮用、渔业用水区，崖门水道新会渔业用水区，佛山水道佛山景观用水区属于图 1(a)情形。顺德水道羊额饮用、渔业用水区，蕉门水道番禺渔业、工业用水区属于图 1(b)情形。经计算，得到西江、北江下游及其三角洲网河(广州除外)有效水资源可利用量为 495.6 亿 m^3，占水资源可利用量的 81.8%。

4　结　语

本文在水资源可利用量的基础上，提出有效水资源可利用量的概念，分析得出西江、北江下游及其三角洲网河(广州除外)有效水资源可利用量为 495.6 亿 m^3，由于水质污染导致水资源不可利用的水量为 110.3 亿 m^3。同时，以水功能区为单元，分析评价水资源可利用量与有效水资源可利用量，这对于水量水质联合评价、水资源管理、水资源保护与配置有着重要的现实意义。

参考文献：

[1] 钟华平，王建生，徐澎波，等. 地表水资源可利用量计算原则[J]. 水利水电技术，2004(2)：9-11.

[2] 姚荣，张娜，唐德善. 湿润区域水资源可利用量研究初探[J]. 人民长江，2004(4)：32-34.

[3] 邹连文，宋承新，庄会波. 地表水开发利用潜力计算方法初探[J]. 水资源保护，2003(3)：39-40.

(收稿日期：2004-07-12　编辑：傅伟群)

(上接第 35 页)减少了。虽然最终的实施要考虑多方面因素的影响，不能严格按以上数值执行，但是通过这个例子我们可以清楚地看出水资源利用中的“多反而少”现象及节水和增效的同步性。

4　结　语

在实际规划问题中，如果参数 b 只能有一种取值，则所建立的规划模型实际上是不会发生“多反而少”现象。由此可见，“多反而少”现象的发生取决于参数 b 的变化及其变化的范围。“多反而少”现象是出现在极小化问题上的，同样的，在极大化问题中就存在着“少反而多”现象。是不是可以将极大化问题转化为极小化问题，再讨论“多反而少”呢？实际上，有一些问题这样讨论是错误的，必须专门加以研究。

一般意义上的节水是指通过基础设施的建设、节水器具的开发等措施，避免水的浪费，提高水资源的利用效率。而本文是从建模的角度分析节水与增效之间的关系。我们可以看出，在一定条件下，二者不但不是相互抑制的，而且是相互促进的，所以对于节水工作的开展具有一定的理论和现实意义。

参考文献：

[1] CHARNES A, CUFFUAA S, RYAN M. The more-for-less paradox in linear programming [J]. European Journal of Operational Research, 1987, 31：194-197.

[2] 杨承恩，金大勇. 线性规划与非线性规划中的“多反而少”现象[J]. 系统工程，1991(2)：62-68.

[3] 高随祥. 运输问题的“多反而少”现象[J]. 延安大学学报：自然科学版，1992(4)：26-34.

[4] 高随祥. 对优化问题中“多反而少”现象的探讨[J]. 系统工程理论方法应用，1996, 5(2)：61-67.

[5] 张新辉，李万军. 数学规划“少反而多”现象的研究[J]. 系统工程理论方法应用，1998, 7(2)：63-65.

(收稿日期：2004-10-18　编辑：高渭文)