

地下水动态预测模型的回顾与展望

平建华¹ 李 升² 钦丽娟² 姜纪沂²

(1. 郑州大学环境与水利学院 河南 郑州 450002 2. 吉林大学环境与资源学院 吉林 长春 130026)

摘要 :回顾了国内外地下水动态预测研究的各种模型 ,将这些模型划分为确定性模型和随机模型两大类 ,指出各种模型的适用条件及存在问题。最后提出了提高地下水动态预测的可靠性与精度的两条途径 (1)建立既能描述地下水系统内部特征也能反映其外部特征的确定性-随机耦合模型 (2)建立地下水系统的随机微分方程模型 ,并将系统内部参数作为随机变量 ,将其外部环境因素也作为随机时间序列引入地下水流定解问题 ,并给出解的概率分布。

关键词 :地下水 ;动态预测模型 ;确定性模型 ;随机模型 ;耦合关系

中图分类号 :P641.2 **文献标识码** :A **文章编号** :1004-693X(2006)04-0011-05

Review and prospect of dynamic prediction model for groundwater

PING Jian-hua¹ , LI sheng² , QIN Li-juan² , JIANG Ji-yi²

(1. College of Environment and Water Conservancy , Zhengzhou University , Zhengzhou 450002 2. College of Environment and Resources , Jilin University , Changchun 130026 , China)

Abstract :Based on the review of all kinds of dynamic prediction models for groundwater , the models were classified into two kinds , i. e. stochastic model and deterministic model. Conditions of application and open questions of the models were pointed out and discussed. Two methods to improve the reliability and accuracy were proposed to solve the groundwater flow problem. One is deterministic-stochastic coupled model that can describe the internal and external characteristics of groundwater system ; the other is stochastic differential model that the internal parameters are taken as stochastic variables and the external environmental factors are taken as stochastic time series. The probability distributions of solutions were also given.

Key words :groundwater ; dynamic prediction model ; deterministic model ; stochastic model ; coupling

预测作为决策的前提 ,在各个领域起着越来越重要的作用^[1]。地下水动态预测将为水资源管理机构发布行政指令或技术性措施提供科学依据。

地下水动态预测方法通常是多种多样的 ,最早对地下水动态进行预测 ,采用的是比较直观也是最为简单的水均衡方法以及水文地质比拟法。随着科学技术的不断进步 ,不同的预测方法也相继出现。地下水动态预测从研究方法上可分为确定性方法和非确定性方法 ,确定性方法包括解析法、数值法、物理模拟法 ;非确定性方法有回归分析法、频谱分析法、时间序列法以及随机微分方程。近年来灰色系

统理论、模糊理论、神经网络理论等在地下水动态预报中都得到了应用^[2-4]。地下水动态预测数学模型可划分为确定性模型和随机模型两大类。

1 确定性模型

确定性模型是由地下水运动微分方程和定解条件组合在一起构成的数学模型 ,一般情况下确定性模型的解能用解析式表达或者用数值法和物理模拟法进行求解^[5]。

1.1 解析法

用数学分析方法直接求得数学模型解的方法称

为解析法,其解称为解析解。例如泰斯公式可以用来预测符合其条件的水位降深和水头。

泰斯井流模型由下列数学模型组成:

$$\begin{cases} \frac{T}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial S}{\partial r} \right) = \mu^* \frac{\partial S}{\partial t} & t > 0, 0 < r < \infty \\ S(r, 0) = 0 & 0 < r < \infty \\ S(\infty, t) = 0, \left. \frac{\partial S}{\partial r} \right|_{r \rightarrow \infty} = 0, & t > 0 \\ \lim_{r \rightarrow 0} \left(r \frac{\partial S}{\partial r} \right) = -\frac{Q}{2\pi T} \end{cases}$$

式中: S 为 t 时刻, r 处的水位降深; T 为含水层导水系数; Q 为抽水井的流量(常数); μ^* 为含水层贮水系数; t 为从开始抽水到计算时刻的时间; r 为计算点到抽水井的距离。

经过求解,得到泰斯公式:

$$S = \frac{Q}{4\pi T} W\left(\frac{r^2 \mu^*}{4Tt}\right) \quad (1)$$

利用式(1),通过查表就可以求得任一点任一时刻的水位降深,可以进行地下水动态短期预测。随后出现的 Jacob 公式、Dupuit 公式都是数学模型的解析解。从目前发展趋势看来,考虑较多实际条件后得到的解析解式总是十分冗长的,在使用这些数学模型时可借助于计算机或专用的函数表格。解析法适用于几何形状规则、条件简单、边界单一的研究区,有很大的局限性。

1.2 物理模拟法

物理模拟法主要采用电模拟,其原理是根据渗流场与电场的相似性,根据导电介质的不同,电模拟法又分为连续介质电模拟和非连续介质电模拟。非连续介质电模拟又叫电网络法,可以模拟非均质、各向异性以及各种复杂的边界条件,在地下水动态预测中,对各种复杂的水文地质条件有很大的适应能力,但该方法的主要缺点是模型制作周期长^[6]。

1.3 数值模拟法

数值模拟法就是在计算机上用离散的方法求解数学模型,简称为数值法。求得的解称为数值解,为数值的集合,它是数学模型的近似解。由于数值模拟法可以较好地反映复杂条件下的地下水流状态,具有较高的仿真度,因此在理论和实际应用方面都发展较快。

目前常用的数值法有有限差分法(FDM)、有限单元法(FEM),另外还有边界元法(BEM)和有限分析法(FAM)等^[6-7]。

2 随机模型

地下水动态受多种因素的影响,包括气象、水文、地质、人为活动等,可以用概率统计分析方法找

出这些不确定性因素的规律,从而建立相应的随机模型,目前出现的随机模型包括回归分析、频谱分析、灰色、时间序列、神经网络和随机微分方程模型等。

2.1 回归分析模型

回归分析在地下水动态预测中应用比较广泛。依照考虑影响因素的数目及相互间存在的关系可分为:一元线性回归模型、多元线性回归模型、多元非线性回归模型、逐步回归模型、自回归模型(AR)、自回归滑动平均模型(ARMA)等。

回归分析预测地下水动态常常在水文地质条件复杂或尚未清楚的地区,通过现有的观测资料,对各种影响因子进行筛选,建立回归方程。但当预报因子超出回归方程所使用的实际观测范围时,往往要对回归方程进行外推,且在实际应用中也是随着资料长度的增加,不断地修改回归方程,这样才能保持原来的预报精度水平,该方法多用于地下水动态的短期预测。

2.2 频谱分析模型

频谱分析用于地下水动态的基本思路是地下水动态曲线是由大量谐成分与随机成分合成,通过对已取得的一定数量观测数据的分析,可得到与该观测数据性质有关的一定的谱参数,利用这些参数又可以人工再造未来时刻可能出现的有序数列,从而实现地下水动态的中长期预报^[8]。

频谱分析用于地下水动态的基本原理^[9]是:地下水动态序列的周期分量可以用一组正弦函数来表示,而且傅立叶证明了其连续函数一般能与无限个谐波之和相等。故设水位序列为 $h_1, h_2, \dots, h_n$,取时段为 Δt 并等间隔分布,则序列的谐波表达式为

$$H_t = \mu + \sum_{i=1}^k A_i \sin\left(\frac{2\pi t_i}{n} + \phi_i\right) \pm \delta_1 \pm \delta_2 \quad (2)$$

$i = 1, 2, \dots, k$

式中: μ 为总体平均值; A_i, ϕ_i 分别为振幅和相角; δ_1, δ_2 分别为谐波拟合修正值和随机分量;当 n 为偶数时, $k = n/2$;当 n 为奇数时, $k = (n-1)/2$ 。经过变换水位预报谐波表达式可用下式表示:

$$\hat{H}_t = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n h_i + \sum_{i=1}^k \left(a_i \cos \frac{2\pi i}{n} t + b_i \sin \frac{2\pi i}{n} t \right) \pm \delta_1 \pm \delta_2 \quad t = 1, 2, \dots, n \quad (3)$$

式中: $a_i = \frac{2}{n} \sum_{t=1}^n h_t \cos\left[\frac{2\pi i(t-1)}{n}\right]$; $b_i = \frac{2}{n} \sum_{t=1}^n h_t \sin\left[\frac{2\pi i(t-1)}{n}\right]$; δ_1, δ_2 的确定见有关参考文献^[8, 9]。

应用频谱分析预测地下水动态时,对于所建立的预测方程,要不断地在实际应用中验证,并随着观测资料序列的增加而不断修正和完善。当一些随机成分占的比重较大时,其预测结果误差还不十分理想。

2.3 模糊数学模型

模糊数学应用于地下水动态预测的方法主要有模糊控制法^[3]和模糊模式识别法^[10]。

模糊控制法是把地下水系统视为一个模糊系统,得到影响地下水动态变化的因子与地下水动态之间的模糊关系,将地下水动态预测过程模拟成一个模糊控制过程。当已知系统的输入因子,通过模糊控制器时,就得到系统的输出——地下水动态。

模糊模式识别法是用根据地下动态与影响因素之间存在的映射关系,采用相关分析法确定地下水动态的主要影响因素,并分别将已知地下水动态及待预测地下水动态样本的影响因素作为论域中的两个子集,通过计算,便可进行地下水位的动态预测。

2.4 灰色 GM(1,1) 模型

灰色系统预测是把观测数据序列当作随时间变化的灰色过程,运用时间序列确定微分方程的参数,通过累加生成或累减生成逐渐使灰色量白化,从而建立相应微分方程解的模型,并做出预报。其建模的基本思想是从一个时间序列自身出发,采用依次累加的方法来实现由非线性化为线性,从而弱化序列随机性,增强其规律性,通过这种方法建立的模型即灰色预测模型,一般均指 GM(1,1) 模型^[2,11],通过原始序列建立的 GM(1,1) 模型是一类指数形式的函数,能够反映序列总体变化趋势,可作为趋势预测。GM(1,1) 模型是灰色预测的核心,它是一个单变量预测的一阶微分方程模型,其离散时间相应函数近似呈指数规律。模型结构为:

$$\hat{X}_{k+1}^{(1)} = (X_1^{(0)} - b/a)e^{-ak} + b/a \quad (4)$$

式中: $\hat{X}_{k+1}^{(1)}$ 为变量的一次累加值; $X_1^{(0)}$ 为原始数据列的第 1 个元素; a, b 为模型参数; k 为变量序号。

GM(1,1) 模型建模步骤如下:

a. 生成累加序列。对原始数据序列进行 1 次累加,求 1 次累加序列,求 1 次累加序列(1-AGO),设 $X_i^{(0)}$ 为原始非负时间序列, $X_i^{(1)}$ 为累加生成序列,则有:

$$X_i^{(0)} = [X_1^{(0)}, X_2^{(0)}, \dots, X_n^{(0)}]$$

$$X_i^{(1)} = [X_1^{(1)}, X_2^{(1)}, \dots, X_n^{(1)}] = \sum_{i=1}^n X_i^{(0)}$$

式中: $X_i^{(0)}$ 为给定数据的第 1 个 i 个元素; $X_i^{(1)}$ 为 1 次累加序列的第 i 个元素。

b. 建立矩阵 B, Y_N 。

$$B = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2}(X_1^{(1)} + X_2^{(1)}) & 1 \\ -\frac{1}{2}(X_2^{(1)} + X_3^{(1)}) & 1 \\ \vdots & \vdots \\ -\frac{1}{2}(X_{n-1}^{(1)} + X_n^{(1)}) & 1 \end{bmatrix}, Y_N = \begin{bmatrix} X_2^{(0)} \\ X_3^{(0)} \\ \vdots \\ X_n^{(0)} \end{bmatrix}$$

c. 求参数 a, b 。系数向量可用最小二乘法:

$$\hat{a} = \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} = (B^T B)^{-1} B^T Y_N$$

d. 参数 a, b 确定后,代入 GM(1,1) 模型,即可得到变量的预测模型:

$$\hat{X}_{k+1}^{(1)} = \left(X_k^{(0)} - \frac{b}{a} \right) e^{-ak} + \frac{b}{a} \quad (5)$$

e. 还原数列。即对数列 $\hat{X}^{(1)}$ 做 1-AGO 累减生成处理:

$$\hat{X}^{(0)}(k) = \hat{X}^{(1)}(k) - \hat{X}^{(1)}(k-1) \quad (6)$$

f. 检验拟合精度。有相对误差法、关联度法、后验差法等。

g. 若达到拟合精度,则利用 d, e 步骤外推,即可得到预测值。

用 GM(1,1) 模型预测地下水动态,理论可靠,方法简单,对原始数据量的要求不高,但要求数据总体上为单调较平缓的变化,不能是周期性、突变的变化。它适用于地下水动态呈单调变化的地区,模型的精度与原始序列数据列中新老成分的取舍有很大关系。

2.5 组合模型

组合模型主要由 2 种或 2 种以上的模型组成,采用加权平均的方法组合为 1 个模型,以减少误差。以灰色模型为主导思想组合模型,有王根绪^[12]提出的灰色双向有限差分模型、冯玉国^[13]提出的灰色-指数平滑模型、耿志民等^[14]提出的灰色-均差插值模型、左其亭^[15]提出的灰色-周期外延组合预测模型等。这些组合预测模型,既反映了序列整体变化趋势,也反映了序列的周期性、波动性和随机性,从而提高了地下水动态预测的精度。

2.6 时间序列模型

随着时间的推移,积累了越来越多的地下水观测资料,诸如地下水水位 $h(t_1), h(t_2), \dots, h(t_N)$, 或地下水流量 $Q(t_1), Q(t_2), \dots, Q(t_N)$ 。这里时间 $t_1 < t_2 < \dots < t_N$ 。一般称上述有序数列为“时间序列”。

时间序列模型的主要类型有自回归模型(AR)、滑动平均模型(MA)、自回归模型滑动平均模型(ARMA),这些模型都要求时间序列来源于均值不变的平稳过程。在上述 3 种基本模型的基础上又发

展了多种模型,如门限模型、自回归滑动平均模型等。而实际观测到的序列往往含有某种时间稳定增长或衰减的趋势,或含有随时间而周期性变化起伏的趋势,它们经过差分处理或提取趋势项处理而变为零均值平稳序列^[16]。

地下水动态观测数据是按时间序列观测的有序数列,其动态变化主要是由于降水、人工开采量及随机因素引起的,它不可避免地含有趋势项、周期项和随机项,因此可以用下式来描述^[17]:

$$H(t) = h_1(t) + h_2(t) + h_3(t) + e(t) \quad (7)$$

式中: $H(t)$ 为地下水位序列; $h_1(t)$ 为趋势项; $h_2(t)$ 为周期项; $h_3(t)$ 为随机相依项; $e(t)$ 为纯随机项。

建立模型是从已知序列 $H(t)$ ($t = 1, 2, \dots, n$) 中提取各项,提取的顺序为:趋势项、周期项和随机相依项。建立了各项数学模型后,再相应叠加,就得到地下水动态预测模型。

后来一些学者将时间序列理论与其他方法相结合,来预测地下水动态,如将时间序列分析与随机理论结合^[18],时间序列与小波分解方法相结合用于地下水水位的非平稳时间序列分析^[19]。

实践证明,时间序列分析也是进行地下水动态中、长期预测预报的有效方法,但用时间序列分析方法建立的模型在应用上也受到很大限制,这种模型并没有反映地下水系统的动力学机制。

2.7 神经网络模型

目前用于地下水动态预测方面的神经网络模型主要有 BP 神经网络模型^[4, 20]和 RBF 神经网络模型^[21]。

BP 神经网络是一种应用最为广泛的网络,BP 网络通常由输入层、若干隐含层和输出层组成,最基本的 BP 网络通常由一个输入层、一个隐含层和一个输出层组成,其拓扑结构如图 1 所示。

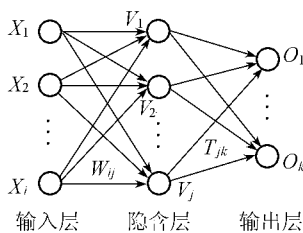


图 1 3 层 BP 网络结构

X_i 表示网络的输入, V_j 表示隐含层的输出, O_k 表示网络的输出, W_{ij} 表示输入层与隐含层之间的连接权值, T_{jk} 表示隐含层到输出层的连接权值。 i, j, k 分别表示输入层、隐含层、输出层神经元的个数。利用上述网络通过训练、仿真就可得到预测值。

但 BP 网络表现出结构确定的人为性、训练速度慢以及初始权值对结果影响的随机性,还具有学

习过程易陷入局部极小、易出现震荡和网络存在冗余连接或节点等缺陷,同时隐含层单元数的确定至今没有统一的方法^[22]。针对这些缺点,许多学者对 BP 网络进行了改进或与遗传算法相结合来克服这些缺点并将应用于地下水动态预测^[23-24]。RBF(径向基函数)神经网络是一种新颖有效的前馈式神经网络,具有较高的运算速度和推广能力,该网络具有很强的非线性映射功能,适于非线性时间序列的预测,较为有效地克服了 BP 网络还具有学习过程易陷入局部极小、易出现震荡和网络存在冗余连接或节点等缺陷。

人工神经网络具有处理非线性、不确定性和随机性等问题的强大功能,用人工神经网络建立地下水动态预测模型,不但考虑了因变量相互之间的关系,而且预报因子也可以是多个,即多影响因素的多因子并行预测,而且可以实现时间序列的多时刻同时预测,扩大了地下水动态预测范围,不足之处是隐含层神经元个数难以确定。

2.8 随机微分方程模型

地下水系统中存在着某些非确定性因素,如源汇项、大气降水入渗或开采等都具有极强的随机性,边界条件也是在时刻变化的,因此更适合用随机函数来刻画和描述。随机微分方程能较好地研究、揭示和描述客观事物的一些非确定性变化规律,它为地下水资源评价和地下水动态预测提供了更为有力的数学工具^[25]。

Sagar 认为,按照随机成分进入地下水流定解问题的形式,可以将随机微分方程模型划分为 5 类:①随机补给;②随机初始条件;③随机边界条件;④随机系数或参数;⑤上述 4 种类型的混合^[26]。

随机微分方程模型预测地下水动态在国外发展很快^[27-28],近年来随机微分方程模型在我国也得到了发展^[25-26]。

3 地下水动态预测模型的展望

通过对上述各种预测模型的分析可以看出,每种模型都有它的适用基础和应用条件。确定性模型是在许多假设条件的基础上建立起来的,很难真实地刻画复杂的水文地质条件,而且获取水文地质参数以及查明水文地质条件花费很大。回归方法不适合用于中长期预测,灰色系统模型不能反映地下水动态的周期性和随机性,组合模型的预测精度也不是太高,频谱分析法当随机成分占的比重比较大时,预测结果并不理想,时间序列分析法也是以线性理论为基础,导致预测精度不高,虽然神经网络方法能够有效地处理非线性、不确定性等问题,但目前用神

经网络来预测地下水动态通常是将影响地下水动态的因子作为输入因子,地下水位动态作为输出因子,并没有对各个影响因子进行并行预测,而且预测长度较短,随机微分方程模型的研究还处于初创阶段,且随机微分方程的求解比较复杂,若能与确定性方法相结合,将更加完善水文地质计算的理论与实践。

综上所述,确定性模型的应用主要受限于参数的获取和参数的随机性确定,而随机模型在应用上也受到很大的限制,其主要原因是,这类模型(不包含随机微分方程模型)没有反映地下水系统的动力学机制,从而没有表示出系统各个要素之间的动力学关系。

就目前的地下水动态预测模型发展趋势来看,由于地下水系统的复杂性、非线性、多尺度性、突变性和随机性等本质属性的存在,使得对地下水动态预测研究变得较为复杂,如何建立既能提高地下水动态预测精度又能真实反映地下水系统内在规律的预测模型,显得具有重要意义。因此建议加强两个方面的研究显得具有非常重要的意义^[16-25]:①以确定性模型描述地下水系统的内部环境特征,将边界条件和源汇项作为随机时间序列建立预测模型,从而建立确定性-随机耦合模型,来预测地下水动态,提高预测的精度与可靠性。②由于地下水系统的行为规律受与其相关联的外部环境和系统内部参数时空变化的影响,而外部环境因素和内部参数场具有不确定性和随机性,建立描述地下水运动的随机微分方程模型,将水文地质参数如渗透系数、导水系数、给水度、贮水系数等作为随机变量,将边界条件、降水入渗等作为随机时间序列引入地下水流动解问题,用数值法求解,并给出解的概率分布。这种解的概率分布对于决策人员来说更具有实际意义。

参考文献:

[1] 曹丁涛. 一种新的预测方法在地下水动态预报中的应用[J]. 水文地质工程地质, 1993(3): 15-17.
[2] 周国昌, 高凤华, 李克美. 松嫩平原地下水动态分析与预测[J]. 水资源保护, 1997(2): 19-23.
[3] 朱玉仙, 邹立芝, 王忠仁. 地下水位动态预报的模糊控制方法[J]. 工程勘察, 1993(6): 22-27.
[4] 赵胜利, 刘燕, 李书全, 等. 用 BP 神经网络预测地下水动态[J]. 河北农业大学学报, 2002, 25(4): 205-207.
[5] 李同斌, 邹立芝. 地下水动力学[M]. 长春: 吉林大学出版社, 1995: 30-33.
[6] 王心义, 贺子杏. 科学技术革命对水文地质学发展的影响[J]. 焦作工学院学报, 1998, 17(6): 454-456.
[7] 王文科. 地下水有限分析数值模拟的理论与方法[M]. 西

安: 山西科学技术出版社, 1996: 1-6.
[8] 陈葆仁, 洪再吉, 汪福炘. 地下水动态及其预测[M]. 北京: 科学出版社, 1988: 249-254.
[9] 崔天怀, 魏晓妹. 频谱分析法在地下水动态预报中的应用[J]. 地下水, 1990(4): 201-205.
[10] 时光新. 地下水位动态预测的模糊模式识别法[J]. 工程勘察, 1990(4): 39-43.
[11] 梁俊勋. 地下水动态的灰色预测[J]. 地下水, 1992, 14(1): 7-9.
[12] 王根绪. 地下水动态长期预报的灰色双向差分模型[J]. 勘察科学技术, 1993(4): 16-19.
[13] 冯玉国. 地下水动态最优组合预测模型及其应用[J]. 勘察科学技术, 1993(4): 13-15.
[14] 耿志民, 李世军. 应用趋势分析灰色模块——均差插值法预报近期地下水情[J]. 水文地质工程地质, 1994(1): 46-49.
[15] 左其亭. 地下水动态预测的灰色——周期外延组合预测模型[J]. 水文地质工程地质, 1990(5): 16-19.
[16] 唐仲华, 朱伟武. 地下水时间序列分析模型应用特点[J]. 勘察科学技术, 1993(5): 28-32.
[17] 杨志霞. 时间序列模型在深层地下水水位预测中的应用[J]. 河北工程技术高等专科学校学报, 2000(3): 34-38.
[18] 吴庆贵, 宋怀兴, 付强. 时序随机耦合模型在井灌水稻区地下水动态变化中的应用[J]. 水利科技与经济, 2003, 9(1): 15-18.
[19] 吴东杰, 王金生, 滕彦国. 小波分解与变化法预测地下水水位动态[J]. 水利学报, 2004(5): 39-45.
[20] GOLOB R. Neural-network-based water inflow forecasting[J]. Control Engineering Practice, 1998, 6: 593-600.
[21] 罗定贵, 郭青, 王学军. 基于 RBF 神经网络的地下水动态模拟与预测[J]. 地球学报, 2003, 24(5): 475-478.
[22] 刘勇健. 人工神经网络的方法改进[J]. 广东工业大学学报, 2000(1): 21-25.
[23] 徐建新, 张亮, 邱林, 等. 用改进的 BP 算法预报灌区地下水位[J]. 华北水利水电学院学报, 2003, 23(1): 1-4.
[24] 刘勇健. 基于智能算法的地下水位动态预测模型的建立与应用[J]. 水文地质工程地质, 2004, 31(3): 55-57.
[25] 潘宏雨, 王国成. 地下水运动随机微分方程浅论[J]. 勘察科学技术, 1998(4): 7-10.
[26] 姚磊华. 地下水运移随机数值模拟研究[D]. 北京: 国家地震局地质研究所, 1995.
[27] FREEZE R A. A stochastic conceptual analysis of one-dimensional groundwater flow in a nonuniform homogeneous media[J]. Water Resour Res, 1975, 11(5): 725-741.
[28] VASSOLO R, KINZELBACH W, SCHAFFER W. Determination of a well head protection zone by stochastic inverse modeling[J]. Journal of Hydrology, 1998, 206: 268-280.

(收稿日期: 2005-06-21 编辑: 高渭文)