

分解协调法在区域污水处理率优化计算中的应用

陆建兵

(扬州大学环境科学与工程学院, 江苏 扬州 225009)

摘要 :在研究区域河流的综合整治过程中,存在对多个点源的污水处理率如何确定,使得区域总处理费用最小的问题。分解协调法可对污水处理率进行协调优化分析,确定各点源的最优策略,从而实现整个河流的处理费用最小的目标,为决策部门对河流污染控制方案进行管理提供科学依据。

关键词 :分解协调法;污水处理率;优化计算

中图分类号 :X32 文献标识码 :A 文章编号 :1004-693X(2007)01-0053-04

Application of decomposition coordination method to optimal calculation of wastewater treatment efficiency

LU Jian-bing

(College of Environmental Science and Engineering, Yangzhou University, Yangzhou 225009, China)

Abstract :In study of the comprehensive regulation of rivers in a region, the distribution of treatment efficiency of each point source should be determined to minimize the total treatment costs of the region. Through the analyses of coordination and optimization of the treatment efficiency by decomposition coordination method, the optimal tactics on each point source were obtained respectively, minimizing treatment costs of the whole river. It provides a basis for the management of pollution control programs for administrative departments.

Key words :decomposition coordination method; wastewater treatment efficiency; optimal calculation

随着工业化与城市化的高度发展,工业废水和生活污水日益增加,大量未处理的污水排入河流,造成了严重的水污染,河流的环境承载力下降,同时污水处理厂的污水处理费用也逐年增加。因此如何合理确定区域污水处理厂的处理率使整个区域处理费用最小,就要求用系统的方法在满足河流水质要求的基础上进行优化计算。排放口优化问题是水污染控制规划中常见的一种,对区域污水处理率的优化分析通常可形成凸规划问题^[1]。当有多维条件时,采用传统非线性规划的数值求解较繁杂^[2],动态规划可以解决非线性的目标函数与非线性约束条件组成的多级串联系统的最优化问题,但在高维的情况下和在耦合系统中状态变量高于 2 个时,动态规划在计算上会产生困难^[3]。本文采用分解协调法进行优化分析,可使系统维数降低。该法具有计算简捷

的优点,尤其对于高度耦合的系统较为实用。分解协调法首先把大规模、复杂的系统分解成若干个独立的子系统,然后对各个子系统分别进行优化计算,子系统之间用耦合变量连接,在协调层进行协调,如此反复循环优化,以达到全系统最优^[4]。

1 分解协调优化计算模型

1.1 系统模型

对某一条河流的水污染控制系统,可根据沿河的地理、水文及排污口特点将它分成 n 个河段,即形成 n 个多级串联的子系统,现进行第 i 河段的分析,如图 1 所示。

图 1 中: X_i 为从其他子系统进入第 i 子系统的输入向量; Z_i 为从第 i 子系统进入其他子系统的输出向量; W_i 为第 i 个污染者向第 i 子系统输入向量;

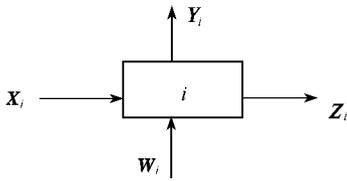


图1 第*i*个子系统

Y_i 为从第*i*子系统离开整个系统的输出向量,它必须满足离开整个系统的环境标准要求,如水源地取水的水质要求等。

在河流水质模型中,污染物质在河流中将发生一系列物理、化学和生物反应,致使子系统的输入向量与输出向量之间存在某种函数关系(包括水量的平衡、污染物的平衡与污染物的传递过程)。即

$$Z_i = \phi_i(X_i, W_i) \quad Y_i = \phi_i(X_i, W_i)$$

第*i*子系统的约束条件记为:

$$G_i(X_i, W_i, Y_i) \leq 0$$

其中 ϕ_i, ϕ_i 与 G_i 表示其函数关系。

为了保护河流水质及饮用水水质等要求,必须对排入河流的废水进行处理,故整个系统的处理费用是各子系统处理费用之和,记为

$$C = \sum_{i=1}^n C_i(W_i, Y_i)$$

其中 $C_i(W_i, Y_i)$ 是第*i*子系统的费用函数,是废水输入向量 W_i 和用水输出向量 Y_i 的函数。假定不考虑用水处理费用时, C_i 仅是废水输入向量 W_i 的函数,它是与污水处理率 η_i 和处理流量 q_i 有关的函数^[5]:

$$C_i(W_i) = C_i(q_i, \eta_i) = k_1 q_i^{k_4} + k_2 q_i^{k_4} \eta_i^2$$

式中: k_1, k_2, k_4 为常数。

因此全系统的最优化问题可以综合成为

$$\text{目标函数} \quad \min C = \sum_{i=1}^n C_i(W_i) = \sum_{i=1}^n C_i(\eta_i, q_i)$$

$$\text{约束条件} \quad Z_i = \phi_i(X_i, W_i) \quad Y_i = \phi_i(X_i, W_i)$$

$$G_i(X_i, W_i, Y_i) \leq 0, X_{i+1} = Z_i \quad (i = 1, 2, \dots, n)$$

式中:当 $i = n$ 时, $X_{n+1} = Z_n$ 是离开系统的水资源。

通常该系统模型为非线性系统,目标函数一般为二次函数,而约束条件一般为线性函数,因此原问题可形成凸规划问题。

1.2 系统分解

建立拉格朗日函数

$$L = \sum_{i=1}^n C_i(W_i) + \sum_{i=1}^{n-1} \lambda_i [Z_i - X_{i+1}] + \sum_{i=1}^n \gamma_i G_i(W_i, X_i, Y_i)$$

其中 λ_i 和 γ_i 均为拉格朗日乘子,也是大系统分解协调模型中的协调变量^[6]。运用拉格朗日函数 L 对

系统进行分解得:

$$L = \sum_{i=1}^n C_i(W_i) + \sum_{i=1}^{n-1} \lambda_i [\phi_i(X_i, W_i) - X_{i+1}] + \sum_{i=1}^n \gamma_i G_i[W_i, X_i, \phi_i(X_i, W_i)]$$

注意到 $\sum_{i=1}^{n-1} \lambda_i [\phi_i(X_i, W_i) - X_{i+1}] =$

$$\sum_{i=1}^{n-1} \lambda_i \phi_i(X_i, W_i) - \sum_{i=1}^n \lambda_{i-1} X_i$$

其中:第一个子系统 $X_1 = 0$, 则 $\lambda_0 X_1 = 0$; 最后一个子系统 $Z_n = 0$, 则 $\lambda_n \phi_n(X_n, W_n) = 0$ 。得

$$L = \sum_{i=1}^n C_i(W_i) + \sum_{i=1}^n \lambda_i \phi_i(X_i, W_i) - \sum_{i=1}^n \lambda_{i-1} X_i + \sum_{i=1}^n \gamma_i G_i[W_i, X_i, \phi_i(X_i, W_i)] = \sum_{i=1}^n L_i(X_i, W_i, \lambda_i, \gamma_i)$$

其中: $L_i(X_i, W_i, \lambda_i, \gamma_i) = C_i(W_i) + \lambda_i \phi_i(X_i, W_i) - \lambda_{i-1} X_i + \gamma_i G_i(W_i, X_i, \phi_i)$ ($i = 1, 2, \dots, n$)

这样原系统分解成 n 个独立的子系统,可见整个系统的拉格朗日函数 L 具有“相加可分”的特点^[4]。

1.3 采用不可行法进行协调优化

对于拉格朗日乘子法,原问题的最优解即相应于拉格朗日函数的鞍点,如果原问题是极小值问题,则在拉格朗日乘子法中是寻求拉格朗日函数 L 对 γ_i 或 λ_i 的极大值问题。实际问题中,分解协调优化是一个反复迭代过程,不可行法是将拉格朗日乘子作为大系统分解协调模型中的协调变量,通过反复修正协调变量,使整个系统逼近全局最优解^[4]。上述最优化过程分两层进行,如图2所示。

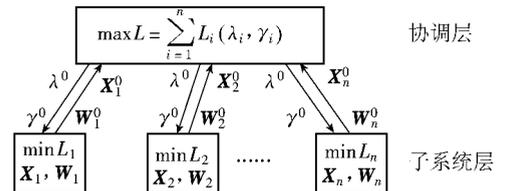


图2 不可行法大系统分解协调结构

在子系统层,首先有协调层给出协调变量,可用多种方法进行子系统最优化,获得使拉格朗日函数极小的 W_i, X_i 。在协调层接到子系统的信息后,如果它们已满足了系统耦合约束方程,则实现了协调优化的目的。如果不满足约束方程,系统尚未获得最优解,修正 λ_i 和 γ_i , 继续进行迭代择优(可采用梯度法或其他方法),直至满足耦合约束方程得到最优解为止。

如果拉格朗日函数具有鞍点 $(W_i^0, X_i^0, \gamma_i^0, \lambda_i^0)$, 则满足下列不等式:

$$L(W_i^0, X_i^0, \gamma_i, \lambda_i) \leq L(W_i^0, X_i^0, \gamma_i^0, \lambda_i^0) \leq L(W_i, X_i, \gamma_i^0, \lambda_i^0)$$

若鞍点存在, 则 W_i^0, X_i^0 使 L 极小, 而 γ_i^0, λ_i^0 使 L 极大, 反复迭代, 直至满足精度要求, 且这个迭代过程必收敛。

1.4 拉格朗日乘子的经济解释

拉格朗日乘子 γ_i 或 λ_i 具有特殊的意义, 它可以看成区域管理机构对子系统造成的水体污染定出的排污费率。分解协调法原理反应的是一种数学技巧, 为了寻求最优, 上级要倾听下级的意见, 并根据下级的情况作出决策, 下级根据决策进行执行^[6]。因此该优化方法类似于管理中一个竞争性的经济系统, 各子系统接到区域机构定出的费率后, 可以确定各自的最优策略得到 W_i, X_i , 区域管理机构接到各子系统的信息后, 重新调整费率(拉格朗日乘子 γ_i 或 λ_i), 反复如此, 直至使全系统费用最低。

2 模型应用

淮河流域某河段按环境标准总量要求 BOD₅ 总削减量为 85.36 t/d, 现有正在设计的 5 个污水处理系统, 其中化工综合污水处理设施已建成。其技术经济指标见表 1, 目标是如何进行该污水处理系统削减分配, 使总处理费用最小。

2.1 建立模型

当河流中水质变化符合 Streeter-Phelps 模型所描述的规律时^[5], 则所确定的优化问题数学模型为

$$\text{目标函数} \quad \min C = \sum_{i=1}^5 a_i \eta_i^2$$

$$\text{约束条件} \quad \sum_{i=1}^5 \omega_i \eta_i = 85.36$$

$$0 \leq \eta_i \leq b_i (i = 1, 2, 3, 4, 5)$$

式中: C 为整个系统处理费用; a_i 为第 i 个处理厂费用系数; η_i 为第 i 个处理厂的去除率; ω_i 为第 i 个处理厂的 BOD₅ 处理量; b_i 第 i 个处理厂的最大去除率。

因化工综合污水处理系统已建成, 故其削减量和投资运行支出费按设计数值选择。

数学模型可写为

$$\text{目标函数} \quad \min C = \sum_{i=1}^4 a_i \eta_i^2$$

$$\text{约束条件} \quad \sum_{i=1}^4 \omega_i \eta_i = 85.36 - 34.86 = 50.5$$

$$0 \leq \eta_i \leq b_i (i = 1, 2, 3, 4)$$

对系统分解构成 L 函数, 按 η_i 分解得

$$L(\eta, \lambda) = \sum_{i=1}^4 a_i \eta_i^2 + \lambda \left(\sum_{i=1}^4 \omega_i \eta_i - 50.5 \right) = \sum_{i=1}^4 L_i$$

其中: $L_i = a_i \eta_i^2 + \lambda \omega_i \eta_i - 12.625 \lambda (i = 1, 2, 3, 4)$ 为 4 个子系统的目标函数。

2.2 优化计算

对得到带有参数 λ_i 的子系统, 选取拉格朗日乘子 λ_i 作为协调量进行优化子系统, 分别对 4 个子系统(即造纸厂、皮革厂、化纤厂及城市污水处理厂)进行去除率的优化。采用梯度法寻优, 计算步骤如下:

a. 给定初始 λ_0 , 步长 γ_0 分别进行子系统优化, 求得 $\eta_i^k (i = 1, 2, 3, 4; k = 0, 1, 2, \dots)$

b. 根据子系统优化结果判别 $\sum_{i=1}^4 \omega_i \eta_i - 50.5 = 0$? 若满足约束条件则转入步骤 d, 否则进入下一步骤。

c. 以梯度作为寻优方向, 按递推关系式计算新的协调变量 λ^{k+1} , 再判别, 直至满足精度要求。由于原问题为最小化问题, 列出负递推关系式为

$$\lambda_i^{k+1} = \lambda^k - \gamma_k (\partial L / \partial \lambda_i)^{k)}$$

$$(i = 1, 2, \dots, n; k = 0, 1, 2, \dots)$$

步长的选择可利用最优步长公式。

d. 输出 $\eta_i (i = 1, 2, 3, 4)$, 据此可计算各处理厂的削减量并计算总费用。

该优化问题的分解协调结构如图 3 所示。

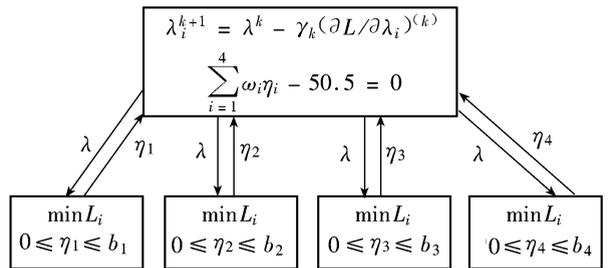


图 3 分解协调结构

表 1 淮河流域某河段污水处理系统技术经济指标

序号	工厂名称	污水流量/ (m ³ ·d ⁻¹)	BOD ₅ 需处理量/ (t·d ⁻¹)	去除量/ (t·d ⁻¹)	去除率/ %	总费用/ 万元
1	造纸厂	40000	7.00	6.00	85.7	1588.0
2	皮革厂	1920	1.34	0.69	51.5	85.9
3	化纤厂	14400	4.32	4.04	93.3	901.5
4	城市污水处理厂	175000	52.82	48.89	91.8	8307.1
5	化工综合污水处理系统	120000	38.70	34.86	90.2	13652.6
	合计	351320	104.18	94.48		24535.1

2.3 计算结果

计算结果见表 2。

表 2 4 个污水处理系统计算结果

序号	工厂	去除率/%	去除量/(t·d ⁻¹)	费用/万元
1	造纸厂	49.79	3.4854	536.0059
2	皮革厂	51.24	0.6866	85.0754
3	化纤厂	64.28	2.7770	427.7028
4	城市污水 处理系统	82.89	43.7856	6776.6779
合 计			50.7346	7825.4600

整个污水处理系统(5 个处理厂)BOD₅ 削减为

$$50.7346 \text{ t/d} + 34.86 \text{ t/d} = 85.5946 \text{ t/d}$$

整个系统的处理费用为：

$$7825.46 \text{ 万元} + 13652.6 \text{ 万元} = 21478.06 \text{ 万元}$$

3 结 论

a. 通过分析可见,分解协调法具有计算简捷、复杂系统可简单化的优点,将大型复杂系统分解成若干子系统后,可充分利用现有的模型,尤其对于高度耦合的系统,较为实用。

b. 模型可以减少维数,并且不同的子系统可用

(上接第 52 页)

有的标准值有一定的随意性。如何合理确定变量标准值,需要更广泛参照国内外的研究成果。变量标准值对评价结论的影响,也需要利用模型通过计算进行敏感性分析。水环境承载度作为用来衡量一个区域(流域)可持续发展的度量,在现阶段只是一个相对于理想状态的值,当然越接近 1,区域(流域)的发展就越可持续,反之亦然。但是,从单纯的数值上看,并不认为诸如水环境承载度大于 0.6 或 0.7,区域(流域)的发展就达到合格标准了。研究重点在于水环境的承载趋势及变化速度的量化,以说明区域(流域)是否走向可持续发展。

为评价区域水环境承载与经济社会荷载之间的相对关系,本文采用水环境承载的可持续性评价指标体系来进行分析。该指标体系为指数-指标-变量的金字塔信息模式,分 1 个指数、6 个分类指标、36 个表征变量。根据保定市的地域特点与发展情况,本文选取 1995~2004 年十年的统计资料,采用常规加权平均综合评价法、模糊综合评价法分别计算了保定市 1995~2004 年的水环境承载度。结果分析表明,保定市的水环境承载度尽管处于较低水平(小于 0.6),但总体而言,水环境可持续承载度呈现出逐年增大的趋势,增加的幅度大约为 0.01/a,表明总

不同的最优化技术求解。分解可以减少问题的维数,使大系统问题变成若干个维数较少的子问题,使一些无法求解的问题得到最优化。

c. 计算过程中关于拉格朗日乘子作为影子价格的经济解释,有助于分析人员对系统行为的认识。

参考文献：

- [1] 薛联青,陆桂华. 排放口污水处理率的优化[J]. 水利学报, 2002(7): 25-27.
- [2] 傅国伟,程声通. 水污染控制系统规划[M]. 北京:清华大学出版社, 1985: 228-232.
- [3] 韦鹤平. 环境系统工程[M]. 上海:同济大学出版社, 1993: 89-91.
- [4] 郭元裕,李寿声. 灌排工程最优规划与管理[M]. 北京:水利水电出版社, 1994: 126-134.
- [5] 宋星原. 水环境分析及预测[M]. 武汉:武汉水利电力大学出版社, 2000: 171-173.
- [6] 程吉林. 大系统试验选优理论和应用——在复杂水利系统优化规划中的应用研究[M]. 上海:上海科学技术出版社, 2002: 8-10.

(收稿日期 2005-05-09 编辑 徐 娟)

体趋势是向好的方向发展。不过局部地区的一些指标仍有远离可持续承载的趋势,需要采取相应的措施与对策。从实例分析结果看,可以认为水环境承载的可持续性评价指标体系对于区域或流域的社会经济发展是否与水环境协调的评价与分析,是一个有力的技术方法。

参考文献：

- [1] 彭静,廖文根,赵奎霞,等. 水环境承载的可持续性评价指标体系研究[J]. 水资源保护, 2006, 22(6): 14-17.
- [2] 中国水利水电科学研究院. 水环境可持续承载评价方法研究[R]. IWHR-WQ-2005-5-001, 2005.
- [3] 惠洪河,蒋晓辉,黄强,等. 水资源承载力指标体系研究[J]. 水土保持通报, 2001, 21(1): 30-34.
- [4] 贾振邦,赵智杰,李继超,等. 本溪市水环境承载力及指标体系[J]. 环境保护科学, 1995, 21(3): 8-11.
- [5] 常克艺,王祥荣. 全面小康社会下生态型城市指标体系实证研究[J]. 复旦大学学报:自然科学版, 2003, 42(6): 1044-1048.
- [6] 朱宣清,弓冉,穆仲义,等. 白洋淀环境演变及预测[M]. 西安:西安地图出版社, 1994.
- [7] 梁宝成. 白洋淀水资源可持续发展探讨[J]. 河北水利水电技术, 2002(2): 20-21.
- [8] 陈义华. 数学模型[M]. 重庆:重庆大学出版社, 1995.

(收稿日期 2005-09-29 编辑 傅伟群)