基于灰色 GM(1,1)模型的农田灌溉需水量预测

申富生

(长治市水文水资源勘测分局,山西 长治 046011)

摘要:介绍灰色理论建模原理和模型参数辨识方法,并以实例(长治市 1997~2004 年灌溉用水资料)建立了灰色 GM(1,1)预测模型,运用残差检验、后验差检验以及关联度检验 3 种方法对模型进行了精度检验,其模型的拟合精度达 95.3%。用所建立的模型对长治市 2005~2012 年农灌需水量进行了外推预测。预测结果表明,该灰色模型用于农灌需水量预测,符合其灰色特性,通用性好,并且所需数据少,计算量适中,预测结果与当地实际情况比较吻合。

关键词:灰色 GM(1,1)模型;精度检验;农田灌溉;需水量

中图分类号:S274 文献标识码:A 文章编号:1004-6933(2007)03-0033-03

Prediction of farmland irrigation water demand by grey GM (1, 1) model

SHEN Fu-sheng

(*Changzhi Bureau of Hydrology and Water Resources Survey*, *Changzhi* 046011, *China*)

Abstract: The modeling principle of grey theory and the recognition method of model parameter were presented. Taking Changzhi City as a case, a grey GM (1, 1) model was established based on the data of irrigation water from 1997 to 2004. The precision test of residual error examination, posterior difference examination and relative degree examination showed that the fitting precision reached 95.3%. The model was applied to the prediction of irrigation water demand in Changzhi City from 2005 to 2012. The result indicates that this grey model used in the agricultural irrigation demand prediction conforms to its grey characteristic. The model has the advantages of good versatility, few requirements of data, and moderate computation quantity, and the result accords with the practical condition.

Key words: grey GM (1, 1) model; precision test; farmland irrigation; water demand

国内外关于资源需求量预测方法主要有 3 种,即时间系列预测法、弹性系数预测法和因果关系预测法。因果分析预测法[1]是通过确定已知变量来预测未知变量的方法。同另两种预测方法相比,因果分析预测方法相对较简单,而且预测结果更精确。

农田灌溉需水量及其增长受地区经济发展水平、农业产业结构的变化、气候、地理等诸多因素的影响,其中一些因素是确定的,而一些因素则不确定,故可以把它看作一个"灰色系统",可用时间序列观测值建立 GM(1,1)模型。

1 灰色系统预测模型理论及原理

灰色系统理论认为一切随机量都是在一定范围内、一定时段上变化的灰色量及灰色过程,对灰量数据通过一定方式处理后使其成为较有规律的时间序列数据,再建立模型[2]。灰色系统 GM(1,1)预测模型是一阶、一个变量的微分方程模型,适合于对系统行为特征值大小的发展变化进行预测[1]。

灰色 GM(1,1)模型[2-5]是将随机数经生成后变为有序的生成数据,然后建立微分方程,寻找生成数据的规律,再将运算结果还原的一种方法,其基础是数据的生成。常用的生成方式有累加生成和累减生成。

a. GM(1,1)模型的数列预测原理:设某原始序列

$$X^{(0)} = \{X^{(0)}(1), X^{(0)}(2), \cdots, X^{(0)}(n)\}$$

作者简介:申富生(1952—),男,山西长治人,工程师,主要从事水文测验与水资源研究。E-mail:rhl1501@126.com

对其进行一次累加生成,得到生成序列

$$X^{(1)} = \{X^{(1)}(1), X^{(1)}(2), \cdots, X^{(1)}(n)\}$$

$$X^{(1)}(k) = \sum_{i=1}^{k} X^{(0)}(i) \quad (k = 1,2,\cdots,n)$$

则 GM(1,1)模型相应的微分方程为

$$\frac{dX^{(1)}}{dt} + aX^{(1)} = \mu \tag{1}$$

式中:α 为发展灰数,α 的可容区为(-2,2);μ 为内生控制灰数。

b. $\hat{\alpha}$ 为待估参数向量,可利用最小二乘法求解。

$$\hat{\boldsymbol{\alpha}} = \begin{pmatrix} \alpha \\ \mu \end{pmatrix} = (\boldsymbol{B}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{B})^{-1}\boldsymbol{B}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Y}_n \tag{2}$$

$$\boldsymbol{B} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2}[X^{(1)}(1) + X^{(1)}(2)] & 1 \\ -\frac{1}{2}[X^{(1)}(2) + X^{(1)}(3)] & 1 \\ \square & \\ -\frac{1}{2}[X^{(1)}(n-1) + X^{(1)}(n)] & 1 \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{Y}_n = \begin{bmatrix} X^{(0)}(2) \\ X^{(0)}(3) \\ \square \\ X^{(0)}(n) \end{bmatrix}$$

求解微分方程,得预测模型

$$\hat{X}^{(1)}(k+1) = \left[X^{(0)}(1) - \frac{\mu}{a}\right]e^{-ak} + \frac{\mu}{a}$$

$$k = 0,1,2,\cdots,n \tag{3}$$

累减还原得

$$\hat{X}^{(0)}(k+1) = \hat{X}^{(1)}(k+1) - \hat{X}^{(1)}(k) \tag{4}$$

$$\hat{X}^{(0)}(1) = \hat{X}^{(1)}(1) = X^{(0)}(1)$$

式(3)、(4)即为 GM(1,1)模型进行灰色预测的基本计算公式。

c. 灰色预测检验一般有残差检验、关联度检验和后验差检验。残差检验就是计算相对误差,以残差的大小来判断模型的好坏。

残差 $\Delta(k) = X^{(0)}(k) - \hat{X}^{(0)}(k)$

相对值

$$\varepsilon(k) = \frac{X^{(0)}(k) - \hat{X}^{(0)}(k)}{X^{(0)}(k)} 100\%$$

平均残差

$$\varepsilon_{\mathrm{avg}} = \frac{1}{n-1}\sum_{k=2}^{n} |\varepsilon(k)|$$

GM(1,1) 的建模精度

$$p = (1 - \varepsilon_{\mathrm{avg}})100\%$$

则 $\varepsilon(k)$ 越小越好,p 越大越好,一般要求 $\varepsilon(k) < 20\%$,$p > 80\%$;最好是 $\varepsilon(k) < 10\%$,$p > 90\%$。$X^{(0)}$ 为原始数列,$\hat{X}^{(0)}$ 是由式(3)、(4)得到的预测数据列。

后验差比(均方差比)

$$C = S_2/S_1$$

式中:S_1 为原始数列 $X^{(0)}$ 的均方差;S_2 为残差序列 $\{\Delta(k)\}$ 的均方差;C 越小,模型越好。

小误差概率

$$P = P\{|\Delta(k) - \overline{\Delta}| < 0.6745S_1\}$$

落入区间 $[\overline{\Delta} - 0.6745S_1, \ \overline{\Delta} + 0.6745S_1]$ 的 $\Delta(k)$ 的频率越大越好. 一般模型精度等级按表 1 划分。

表 1 检验指标等级标准

模型级别	小误差概率 P	后验差比值 C
1 级(好)	>0.95	<0.35
2 级(合格)	>0.85	<0.50
3 级(勉强)	>0.70	<0.65
4 级(不合格)	$\leqslant 0.70$	$\geqslant 0.65$

关联系数

$$\eta(k) = [\min\min|\hat{X}^{(0)}(k) - X^{(0)}(k)| + \rho\max\max|\hat{X}^{(0)}(k) - X^{(0)}(k)|]/[|\hat{X}^{(0)}(k) - X^{(0)}(k)| + \rho\max\max|\hat{X}^{(0)}(k) - X^{(0)}(k)|]$$

式中:$|\hat{X}^{(0)}(k) - X^{(0)}(k)|$ 为第 k 个点 $X^{(0)}$ 与 $\hat{X}^{(0)}$ 的绝对误差;ρ 为分辨率,$0<\rho<1$,一般取 0.5。

$X^{(0)}(k)$ 与 $\hat{X}^{(0)}(k)$ 的关联度

$$r = \frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n} \eta(k)$$

2 应用举例

2.1 模型计算

以长治市 1997 ~ 2004 年农田灌溉用水量数据为原始序列(表 2)。经检验,其灰色级比为 0.921 26 ~ 1.239 24,均落在界区(0.800 7,1.248 8)内,可以建立 GM(1,1)模型。

表 2 长治市农田灌溉用水量

年份	1997	1998	1999	2000	2001	2002	2003	2004
原始用水量/亿 m^3	1.851 3	2.009 5	1.931 4	1.857 7	1.819	1.635 3	1.319 6	1.309 9

依据灰色模型原理建立 GM(1,1)模型,并求得模型参数:$a = 0.072\,466$,$\mu = 2.298\,792$,则模型计算式为

$$\hat{X}^{(1)}(k+1) = -29.871e^{-0.072\,466k} + 31.72$$

$$(k = 0,1,2,\cdots)$$

还原计算式

$$\hat{X}^{(0)}(k+1) = \hat{X}^{(1)}(k+1) - \hat{X}^{(1)}(k)$$

2.2 模型检验

a. 残差检验。经检验,误差相对值为

表 3　模型拟合及误差计算

年份	k	$X^{(1)}$	$\hat{X}^{(1)}$	$X^{(0)}$	$\hat{X}^{(0)}$	$\Delta(k)$	$\varepsilon(k)/\%$
1997	0	1.8513	1.8513	1.8513	1.8513	0.00	0.00
1998	1	3.8608	3.9393	2.0095	2.0881	-0.0785	-3.91
1999	2	5.7922	5.8816	1.9314	1.9421	-0.0107	-0.55
2000	3	7.6499	7.6878	1.8577	1.8063	0.0514	2.76
2001	4	9.4684	9.3679	1.8185	1.6801	0.1384	7.61
2002	5	11.1037	10.9305	1.6353	1.5626	0.0727	4.44
2003	6	12.4233	12.3839	1.3196	1.4534	-0.1338	-10.14
2004	7	13.7332	13.7357	1.3099	1.3518	-0.0419	-3.20

-10.14% ~ 7.61%（表 3），其残差平均值 $\varepsilon_{avg}=4.66\%<10\%$，平均精度 $p=95.34>95\%$，模型拟合精度较高，模型判为优。

b. 后验差检验。经计算，后验差比值 $C=0.32<0.35$，模型判为好。

并计算得

$$\max|\Delta(k)-\overline{\Delta}| = 0.1387 < 0.17$$

则小误差概率：$P=\{|\Delta(k)-\overline{\Delta}|<0.6745S_1=0.17\}=1$，模型级别为好。

c. 关联度检验。求得关联系数分别为：$\eta(1)=1.0000$，$\eta(2)=0.5140$，$\eta(3)=0.8859$，$\eta(4)=0.6179$，$\eta(5)=0.3750$，$\eta(6)=0.5334$，$\eta(7)=0.3830$，$\eta(8)=0.6647$。

关联度 $r=0.62>0.60$，根据经验，当 $\rho=0.6$，关联度大于等于 0.60 时，模型预测精度是可信的，模型拟合程度见图 1。

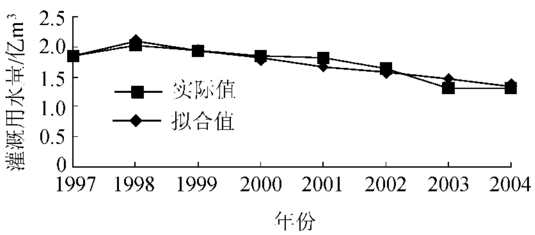

图 1　模型计算值与实际值拟合

2.3　需水量预测

经过检验的模型符合精度要求后，可用于外推预测。2005 ~ 2012 年长治市农田灌溉需水量预测结果见表 4。

表 4　长治市农田灌溉需水量预测结果

年份	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012
预测需水量/亿 m³	1.2573	1.1694	1.0877	1.0116	0.9409	0.8752	0.8140	0.7571

3　结　语

根据灰色预测原理建立的农田灌溉需水量 GM(1,1)预测模型，经检验，平均精度达到 95% 以上。由预测结果看，农田灌溉需水量呈缓慢回落趋势，与实际较吻合。随着经济发展，正在走向产业化的农业用水量逐步减少，另外耕地面积被挤占，水资源趋于紧缺，水价的经济杠杆作用、用水效率的提高以及节水措施都使得现有的大水漫灌向高产节水农业模式转化。

参考文献：

[1] 冯丹，姬长生. 基于等维新息 GM(1,1)模型的能源需求量预测[EB/OL]. [2006-09]. http://www.paper.edu.cn.

[2] 邓聚龙. 灰色系统理论教程[M]. 武汉：华中理工大学出版社，1990：175-264.

[3] 邓聚龙. 灰色预测与决策[M]. 武汉：华中理工大学出版社，1988：59-135.

[4] 王开章，刘福胜，孙鸣. 灰色模型在大武水源地水质预测中的应用[J]. 山东农业大学学报：自然科学版，2002，33(1)：67-70.

[5] 郝永红，黄登宇，张文忠，等. 山西神头泉流量的灰色预测模型研究[J]. 水利学报，2004(2)：112.

（收稿日期：2006-11-24　编辑 舒　建）

（上接第 26 页）

[6] KOSSENKO M M，OSTROUMOVA E，GRANATH F，et al. Studies on the Techa river offspring cohort：health effects[J]. Radiat Environ Biophys，2002，41：49-52.

[7] RICHARD H N，CHARLES P H. Monitoring river health[J]. Hydrobiologia，2000，435：5-17.

[8] SCHOFIELD N J，DAVIES P E. Measuring the health of our rivers[J]. Water，1996，5(6)：316-321.

[9] 赵彦伟，杨志峰. 城市河流生态系统健康评价初探[J]. 水科学进展，2005，16(3)：349-356.

[10] 吴阿娜，杨凯，车越，等. 河流健康状况的表征及其评价[J]. 水科学进展，2005，16(4)：602-608.

[11] 张学成，贾新平，畅俊杰. 维持黄河生命低限流量研究[J]. 人民黄河，2005，27(10)：43-48.

[12] 高前兆，仵彦卿. 河西内陆河流域的水循环分析[J]. 水科学进展，2004，15(3)：391-397.

（收稿日期：2006-09-26　编辑 舒　建）