

DOI:10.3880/j.issn.1004-6933.2021.05.023

基于灰色马尔科夫模型的南四湖水质预测

马 景, 武周虎, 邹艳均, 任 鹏, 李 琪

(青岛理工大学环境与市政工程学院, 山东 青岛 266033)

摘要:针对传统 GM(1,1) 模型存在灰色偏差和抗干扰能力弱的问题, 建立一种等维新息灰色马尔科夫模型。该模型采用灰色马尔科夫模型改进传统 GM(1,1) 模型, 再利用等维新息思想更新建模所需数据序列。运用该模型对南四湖 2019—2021 年的水质状况和水质演变趋势进行预测, 结果表明: 灰色马尔科夫模型的相对误差小、精度高、预测结果合理; 2019—2021 年南四湖水质整体呈现由北向南逐渐变好的趋势, 其中 COD_{Cr} 、 $\text{NH}_3\text{-N}$ 、 COD_{Mn} 质量浓度呈下降趋势, TP、TN 质量浓度有上升现象, 存在超标风险, 应加强对南四湖流域 TP、TN 的控制。

关键词: 水质模型; 灰色理论; 传统 GM(1,1) 模型; 马尔科夫模型; 南四湖

中图分类号: X824 **文献标志码:** A **文章编号:** 1004-6933(2021)05-0153-06

Water quality prediction of Nansi Lake based on grey Markov model// MA Jing, WU Zhouhu, ZOU Yanjun, REN Peng, LI Qi (School of Environmental and Municipal Engineering, Qingdao University of Technology, Qingdao 266033, China)

Abstract: Aiming at the problems of grey deviation and weak anti-interference ability of the traditional GM(1,1) model, a grey Markov model with equal dimension and new information was established. The model adopted grey Markov model to improve the traditional GM(1,1) model and then used the concept of equal dimension and new information to update the data sequence required for modeling. The model was used to predict the water quality status and water quality evolution trend of Nansi Lake from 2019 to 2021. The results show that the grey Markov water quality model has small relative errors, high accuracy and reasonable prediction results. From 2019 to 2021, the overall water quality of Nansi Lake will gradually improve from north to south, wherein the mass concentration of COD_{Cr} , $\text{NH}_3\text{-N}$, and COD_{Mn} shows a downward trend while the mass concentration of TP and TN has an upward trend and there is a risk of exceeding the standard. Therefore, the control of TP and TN in the Nansi Lake Basin should be strengthened.

Key words: water quality model; grey theory; traditional GM(1,1) model; Markov model; Nansi Lake

南四湖是南水北调东线工程的必经之地, 其水环境质量对受水区的供水安全保障至关重要。南四湖流域内人口众多, 工业和农业生产结构特征复杂, 水环境容量小, 水体污染与水资源短缺等问题较为突出。自 2002 年南水北调东线工程开工以来, 山东省全面推进“治用保”流域治污体系, 实现输水干线水质基本达到规划的水质目标。2013 年 12 月南水北调东线一期工程顺利通水后, 山东省生态环境厅继续组织开展了每年两次的南四湖水质空间监测工作。本文以 2010—2018 年南四湖水质空间监测数据为基础, 开展南四湖水

质模型研究。

在湖泊水环境规划、评价和管理工作中, 水质模型是重要的技术支撑^[1-3]。由水质预测可以了解湖泊水环境质量的趋势, 及时发现导致湖泊水质恶化的原因并采取必要的治理对策^[4]。目前常用的水质预测方法有灰色系统理论预测法^[5]、数理统计预测法^[6-7]、水质模拟预测法^[8-9]和神经网络模型法^[10-11]等。相对而言, 灰色系统理论预测法对水质实测数据的信息量要求较少, 但存在灰色偏差和抗干扰能力弱的问题。因此, 国内许多学者将灰色系统中的 GM(1,1) 模型应用于

基金项目: 山东省环境保护科技专项(2019-01)

作者简介: 马景(1996—), 女, 硕士研究生, 研究方向为水环境模拟与污染评估。E-mail: 1281987241@qq.com

通信作者: 武周虎(1959—), 男, 教授, 硕士, 主要从事水环境模拟与污染防治研究。E-mail: wu_zh2008@aliyun.com

水质预测中,并通过不断改进灰色模型来提高预测精度。王海云等^[12]采用残差修正处理技术后显著提高了GM(1,1)模型的预测精度,解决了三峡大坝与葛洲坝之间水质数据波动性大的问题;李娜等^[13]基于GM(1,1)模型提出新陈代谢理论,在补充新信息的同时去除因时间推移使其影响降低的老信息,为传统模型的改进提供了新思路;颜廷文等^[14]利用等维新息原理改进GM(1,1)模型,同时利用马尔科夫链理论来改进对太湖流域水质预测的结果;卢丹^[15]基于灰色马尔科夫模型提出粒子优算法,快速求得了模型的最优化解,并将其应用于地下水水质预测中。

本文采用灰色马尔科夫模型改进传统GM(1,1)模型,再利用等维新息思想更新建模所需数据序列,构建一种等维新息灰色马尔科夫模型;在模型检验的基础上,对2019—2021年南四湖水质状况和水质演变趋势进行预测与分析,旨在诊断可能存在的水质问题,为南水北调南四湖水污染防治工作提供参考。

1 南四湖水质监测概况

南四湖位于鲁西南济宁市,自北向南由南阳湖、独山湖、昭阳湖和微山湖4个湖泊连接而成,南北长约126 km,湖面面积约1 266 km²,蓄水量为20.08亿m³。南四湖流域面积为3.17万km²,承接53条河流的来水,湖内各区段受污染情况因各河流的污染状况不同而产生差异^[16]。位于南四湖湖腰的二级坝枢纽工程将南四湖分为上级湖(北段)和下级湖(南段)^[17]。在南水北调东线工程中,输水是由下级湖南端入湖,经二级坝泵站提水入上级湖,再由上级湖北端出湖,入梁济运河。

南四湖水质空间监测采用网格布点法,在上级湖和下级湖共均匀布置90个监测点,其中上级湖51个,下级湖39个。监测时间为每年春末4—5月和秋末10—11月,主要水质监测指标为COD_{Cr}、pH值、温度、TP、TN、NH₃-N、COD_{Mn}、悬浮物、电导率、叶绿素a等。对比GB 3838—2002《地表水环境质量标准》,选取COD_{Cr}、COD_{Mn}、TP、TN、NH₃-N等5项水质指标作为研究对象,选用2010—2018年共16批次(其中2010年与2012年分别为春和秋未监测)南四湖水质空间监测数据分别建立南四湖平均值、上级湖平均值、下级湖平均值和调水出湖口4个特征值的灰色GM(1,1)模型。

以2010—2018年南四湖全湖每年春季的COD_{Cr}、COD_{Mn}、TP、TN、NH₃-N数据平均值(表1)为例,建立灰色GM(1,1)模型的原始数据序列。

表1 2010—2018年南四湖春季水质监测数据平均值
Table 1 Average value of spring water quality monitoring data of Nansi Lake from 2010 to 2018

年份	质量浓度/(mg·L ⁻¹)				
	TN	COD _{Cr}	COD _{Mn}	TP	NH ₃ -N
2011	1.04	24.24	6.24	0.09	0.30
2012	1.05	25.70	5.67	0.09	0.26
2013	0.90	21.54	5.25	0.08	0.27
2014	0.71	19.62	5.75	0.07	0.20
2015	0.84	16.84	5.10	0.08	0.14
2016	0.97	18.98	5.52	0.05	0.13
2017	1.04	17.45	4.66	0.05	0.08
2018	0.86	15.67	4.79	0.05	0.22

注:2010年春季未监测,从2011年春季开始统计。

2 南四湖水质预测模型

2.1 模型构建

南四湖水质预测模型的理论基础为灰色理论,灰色理论的核心是通过部分已知信息建立数学模型来预测事物的发展。其构建原理为:分别以5项水质指标为研究对象,首先对选定水质指标的原始数据进行一次累加处理,生成累加序列使其具有指数规律;其次对累加序列建立一阶微分方程并求解;第三将求解结果累减还原得到相应水质指标的预测值。南四湖灰色GM(1,1)模型构建的方法步骤如下:

a. 选定水质指标的原始数据序列,记为 $X_0 = \{x_{0,1}, x_{0,2}, \dots, x_{0,n}\}$,生成 X_0 的一次累加序列 $X_1 = \{x_{1,1}, x_{1,2}, \dots, x_{1,n}\}$ ^[18-19],其中:

$$x_{1,k} = \sum_{i=1}^k x_{0,i} \quad (k = 1, 2, \dots, n) \quad (1)$$

式中 n 为样本数。

b. 对原始数据进行级比检验。先计算原始数据的级比 ρ_k 序列:

$$\rho_k = \frac{x_{0,k-1}}{x_{0,k}} \quad (k = 2, \dots, n) \quad (2)$$

再判断 ρ_k 是否均在可容性覆盖区间 $\theta = (e^{-2/n+1}, e^{2/n+1})$ 内。若是,则相应数据序列可以建立灰色GM(1,1)模型;否则,应选取适当的常数 b 对该组数据进行平移转换处理,使处理后的数据序列 $Y_0 = \{y_{0,1}, y_{0,2}, \dots, y_{0,n}\}$ 的级比落入可容性覆盖区间内,其平移转换过程为

$$y_{0,k} = x_{0,k} + b \quad (3)$$

c. 通过一次累加序列 X_1 ,建立南四湖灰色GM(1,1)模型的一阶微分方程:

$$\frac{dX_1}{dt} + \alpha X_1 = q \quad (4)$$

式中: α 、 q 分别为发展系数和灰色作用量。

d. 设 $a = (\alpha, q)^T$, 运用最小二乘法, 求解 α, q :

$$a = (\alpha, q)^T = (B^T B)^{-1} B^T D \quad (5)$$

$$\begin{bmatrix} -0.5x_{1,1} & \cdots & 1 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} x_{0,2} \end{bmatrix}$$

$$\text{其中 } B = \begin{bmatrix} \vdots & \vdots & \vdots \end{bmatrix} \quad D = \begin{bmatrix} \vdots \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} -0.5x_{1,n-1} & \cdots & 1 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} x_{0,n} \end{bmatrix}$$

e. 由式(4)和式(5)得到灰色 GM(1,1) 模型:

$$\hat{x}_{1,k+1} = \left(x_{0,1} - \frac{q}{\alpha} \right) e^{-\alpha k} + \frac{q}{\alpha} \quad (6)$$

f. 将累加值 $\hat{x}_{1,k+1}$ 经过一次累减还原成预测值 $\hat{x}_{0,k+1}$:

$$\hat{x}_{0,k+1} = \hat{x}_{1,k+1} - \hat{x}_{1,k} \quad (7)$$

2.2 模型检验

为了检验模型的可信度, 需对预测值进行后验差检验^[20-21]。建立一阶残差序列:

$$E_0 = \{e_{0,1}, e_{0,2}, \cdots, e_{0,n}\} = \{x_{0,2} - \hat{x}_{0,2}, x_{0,3} - \hat{x}_{0,3}, \cdots, x_{0,k} - \hat{x}_{0,k}\} \quad (8)$$

令选定水质指标原始数据序列的方差为 s_1 , 残差序列 E_0 的方差为 s_2 , 分别计算后验比 c 与小误差概率 p :

$$c = \frac{s_2}{s_1} \quad (9)$$

$$p = \{|\Delta_{0,k} - \bar{\Delta}_0| < 0.6745 s_1\} \quad (10)$$

其中 p 和 c 的大小共同决定模型精度等级。表 2 给出了 4 级好、合格、基本合格和不合格的模型精度等级。模型 c 越小, p 越大, 则模型精度高。 c 越小, 则 s_1 越大, s_2 越小, 即原始数据序列离散程度大, 残差序列离散程度小, 由模型所得预测值与原始数据相差小, p 值越大则表明预测值较为均匀。若检验精度等级符合要求, 则建立的灰色 GM(1,1) 模型可直接预测数据; 若精度等级不符合, 则对预测数据进行修正。

表 2 灰色模型精度等级

Table 2 Accuracy table of grey mode

等级	p	c
好	≥ 0.95	≤ 0.35
合格	$0.80 \leq p < 0.95$	$0.35 < c \leq 0.5$
基本合格	$0.70 \leq p < 0.80$	$0.50 < c \leq 0.65$
不合格	< 0.70	> 0.65

2.3 模型的修正

对式(8)中的 E_0 建立灰色 GM(1,1) 模型:

$$\hat{e}_{1,k+1} = \left(e_{0,2} - \frac{q'}{\alpha'} \right) e^{-\alpha' k} + \frac{q'}{\alpha'} \quad (k = 2, 3, \cdots, n) \quad (11)$$

将模型进行累减还原, 得到残差修正值 $\hat{e}_{0,k+1}$:

$$\hat{e}_{0,k+1} = \hat{e}_{1,k+1} - \hat{e}_{1,k} \quad (12)$$

采用残差修正值 $\hat{e}_{0,k+1}$ 对水质指标的传统 GM(1,1) 模型预测值进行修正, 得到修正后的 $\hat{x}'_{0,k}$:

$$\hat{x}'_{0,k} = \hat{x}_{0,k} + m_{0,k} \hat{e}_{0,k+1} \quad (13)$$

$$\text{其中 } m_{0,k} = \begin{cases} 1 & (x_{0,k} - \hat{x}_{0,k} > 0) \\ -1 & (x_{0,k} - \hat{x}_{0,k} < 0) \end{cases}$$

引入灰色马尔科夫模型判断 $m_{0,k}$ 的正负。灰色马尔科夫模型根据状态转移之间的概率来进行预测^[22-25], 适用于预测随机变化无规律的数据, 弥补了传统 GM(1,1) 模型对波动性和趋势性数据预测精度低的不足。其计算过程如下:

a. 根据 $E^{(0)}$ 划分状态。本文划分两种状态, 状态 1 表示残差为正, 状态 2 表示残差为负。

b. 求从状态 i 转移到状态 j 经过的次数所占的概率 p_{ij} :

$$p_{ij} = \frac{M_{ij}}{M_i} \quad (i = 1, 2; j = 1, 2) \quad (14)$$

式中: M_{ij} 为状态 i 转移到状态 j 经过的次数; M_i 为状态 i 出现的总次数。根据式(14)得到状态转移矩阵 P :

$$P = \begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} \\ p_{21} & p_{22} \end{bmatrix} \quad (15)$$

c. 选定残差序列最后一个值的状态作为初始状态向量 μ_0 。设 $\mu_0 = (\mu_{0,1}, \mu_{0,2})$, 其中 $\mu_{0,1}, \mu_{0,2}$ 分别代表处于状态 1 和状态 2 时的概率。即最后一个残差值若为正, $\mu_0 = (1, 0)$; 若为负, $\mu_0 = (0, 1)$ 。

d. 根据 $\mu_t = \mu_0 P^t$, 求出经过 t 次状态转移后, 第 t 次的状态概率。选取概率最大的状态作为最终结果, 若两种状态概率相等, 取前一次计算的结果。

2.4 模型的等维新息预测

将南四湖水质指标预测值 $x_{0,n+1}$ 补充到原始数据序列 $X_0 = \{x_{0,1}, x_{0,2}, \cdots, x_{0,n}\}$ 中作为最后一个水质数据, 同时删掉最早的一个水质数据, 得到更新后的水质数据序列 $X_0 = \{x_{0,2}, x_{0,3}, \cdots, x_{0,n+1}\}$ 。对该水质数据序列重新进行计算、建模、预测, 直至结果达到任务要求。在不断更新数据的过程中, 建模序列更能反映水环境系统目前的特征。

3 结果与分析

3.1 两种模型精度对比

为对比分析灰色马尔科夫模型与传统 GM(1,1) 模型的预测精度, 以 2011—2019 年春季水质监测 TN 指标为例, 其实测值与两种模型的预测值见图 1。由图 1 可以看出, 灰色马尔科夫模型预测值与实测值拟合度更高, 灰色马尔科夫模型、传统 GM(1,1) 模型预测值与实测值间的相关系数分别

为 0.95、0.44。通过统计数据可知传统 GM(1,1) 模型预测值的相对误差在 -11.7% ~ 30.6% 之间,相对误差绝对值平均为 10.3%;而灰色马尔科夫模型预测值的相对误差在 -5.2% ~ 5.5% 之间,相对误差绝对值平均为 3.3%,大大优于传统 GM(1,1) 模型。因此,灰色马尔科夫模型对具有波动性的数据预测更为准确。

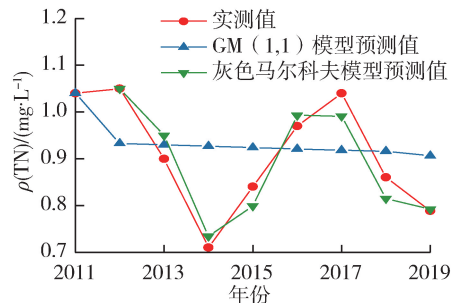


图 1 2011—2019 年春季 TN 质量浓度实测值与预测值
Fig. 1 Measured and predicted values of TN index in spring of 2011-2019

3.2 TN、NH₃-N 和 TP 指标

表 3 为 2019—2021 年春季南四湖 TN、NH₃-N 和 TP 质量浓度预测结果。由表 3 可见,2019—2021 年 TN 质量浓度随年份和季节的推移呈现波动升高趋势,上级湖秋季和下级湖春季均出现超标现象 (GB 3838—2002《地表水环境质量标准》),预计 2021 年秋季南四湖、上级湖、下级湖、调水出湖口

表 3 2019—2021 年南四湖 TN、NH₃-N 和 TP 质量浓度预测结果

Table 3 Prediction results of TN, NH ₃ -N, and TP concentration eigenvalue of Nansi Lake from 2019 to 2021					
水质指标	时间	质量浓度预测值/(mg · L ⁻¹)			
		南四湖 平均值	上级湖 平均值	下级湖 平均值	调水出 湖口
TN	2019 年春	0.792	0.644	1.050	0.911
	2019 年秋	0.99	1.044	0.926	0.941
	2020 年春	0.828	0.669	1.173	0.929
	2020 年秋	1.021	1.063	0.949	0.814
	2021 年春	0.855	0.621	1.311	0.920
	2021 年秋	1.147	1.216	1.054	1.072
NH ₃ -N	2019 年春	0.281	0.042	0.101	0.122
	2019 年秋	0.092	0.086	0.245	0.030
	2020 年春	0.339	0.224	0.140	0.096
	2020 年秋	0.098	0.094	0.270	0.020
	2021 年春	0.368	0.302	0.087	0.102
	2021 年秋	0.116	0.113	0.304	0.075
TP	2019 年春	0.041	0.040	0.060	0.119
	2019 年秋	0.065	0.070	0.050	0.090
	2020 年春	0.037	0.035	0.060	0.122
	2020 年秋	0.053	0.061	0.040	0.079
	2021 年春	0.033	0.028	0.060	0.118
	2021 年秋	0.051	0.055	0.040	0.082

TN 质量浓度平均值分别达到 1.147 mg/L、1.216 mg/L、1.054 mg/L 和 1.072 mg/L,均超过Ⅲ类水水质标准。

NH₃-N 质量浓度的变化规律呈现春季上升、秋季下降趋势,均达到Ⅲ类水水质标准要求,预计到 2021 年秋季,南四湖、上级湖、下级湖、调水出湖口 NH₃-N 质量浓度平均值分别为 0.116 mg/L、0.113 mg/L、0.304 mg/L、0.075 mg/L。

TP 质量浓度随年份和季节的推移呈现类似的波动下降趋势,且在一定程度上趋于平缓。预计 2021 年秋季南四湖、上级湖、下级湖、调水出湖口 TP 质量浓度平均值分别达到 0.051 mg/L、0.055 mg/L、0.041 mg/L 和 0.082 mg/L。调水出湖口、上级湖、下级湖水质 TP 指标存在超标现象。

由于湖区芦苇、水草等植物密度较高且湖泊换水率低,易形成水体富营养化^[26],在每年秋季枯水期尤为显著。徐好等^[27]研究了 2006—2016 年南四湖水质空间变化,发现 10 年间 NH₃-N 下降最为显著,TP、TN 则受季节影响有所起伏。流域内农村污水管网建设不健全,加之船舶航运废弃物以及工业面污染源导致氮磷污染呈逐年升高的趋势。总体来说,南四湖流域由于自然环境以及人类活动因素,短期内对氮磷污染的管控尚未取得显著成效。

3.3 COD_{Cr}和 COD_{Mn}指标

表 4 为 2019—2021 年春季南四湖 COD_{Cr}和 COD_{Mn}质量浓度预测结果。由表 4 可见,2019—2021 年南四湖 4 个特征值的 COD_{Cr}和 COD_{Mn}质量浓度随年份和季节的推移呈现波动下降的趋势,其规律均呈现秋季上升、春季下降趋势,未出现水质超标情况。预计到 2021 年秋季,南四湖、上级湖、下级湖、调水出湖口 COD_{Cr}质量浓度平均值分别为 13.13 mg/L、13.30 mg/L、13.18 mg/L 和 15.11 mg/L,与 2018 年秋季相比,分别下降了 19.6%、22.7%、12.6%、19.2%;COD_{Mn}质量浓度平均值分别为 4.40 mg/L、4.47 mg/L、4.43 mg/L 和 4.24 mg/L,与 2018 年秋季相比,分别下降了 14.2%、8.4%、5.3%、15.2%。COD_{Mn}、COD_{Cr}质量浓度总体上呈现上级湖大于下级湖、秋季大于春季的特征,张柳青等^[28]的研究结果表明,湖区内有机物质量浓度受枯水期工农业等人为污染源影响较大,上游流域的养殖业、种植业对 COD 贡献较高。

综合南四湖历年水质监测数据与以上预测结果可得出:水质指标 COD_{Cr}、NH₃-N、COD_{Mn}质量浓度总体均呈现下降趋势,达到Ⅲ类水水质标准要求。南四湖流域水环境治理取得了一定的成效,但 TN 和 TP 指标质量浓度受季节影响显著,总体呈现上升趋势

表4 2019—2021年南四湖COD_{Cr}和
COD_{Mn}质量浓度预测结果

Table 4 Prediction results of COD_{Cr} and COD_{Mn}
concentration eigenvalue of Nansi Lake
from 2019 to 2021

水质 指标	时间	质量浓度预测值/(mg·L ⁻¹)			
		南四湖 平均值	上级湖 平均值	下级湖 平均值	调水出 湖口
COD _{Mn}	2019 年春	14.778	15.277	12.630	15.631
	2019 年秋	15.030	15.231	13.687	12.840
	2020 年春	14.401	14.932	12.361	15.403
	2020 年秋	14.622	15.944	14.231	15.831
	2021 年春	13.492	14.007	12.153	15.139
	2021 年秋	13.135	13.300	13.179	15.110
COD _{Cr}	2019 年春	4.572	4.579	4.176	4.507
	2019 年秋	4.901	5.038	4.557	4.722
	2020 年春	4.690	4.411	4.020	4.127
	2020 年秋	4.690	4.809	4.604	4.488
	2021 年春	4.177	4.227	4.062	3.992
	2021 年秋	4.396	4.470	4.426	4.243

势。南四湖平均值、上级湖平均值、下级湖平均值、调水出湖口水质随季节性的变化规律明显,且春季水质优于秋季,下级湖水水质优于上级湖,说明水质由北向南逐渐变好。

4 结 论

a. 利用灰色马尔科夫模型对传统 GM(1,1) 模型进行改进,通过对改进前、后两种模型精度的对比分析发现,改进后的灰色马尔科夫模型相对误差小、精度高,预测结果更为合理。

b. 预测结果表明,2019—2021 年南四湖 COD_{Cr}、NH₃-N、COD_{Mn} 质量浓度呈下降趋势,均达到Ⅲ类水水质标准要求,水质自北向南逐渐变好;TN、TP 质量浓度有上升现象,存在超标风险,应进一步加强加强对南四湖流域 TN、TP 的控制与监管力度。

c. 自 2010 年以来,南四湖 COD_{Cr}、NH₃-N、COD_{Mn} 治理效果明显,但 TN、TP 受流域内产业结构性污染的影响出现波动现象。建议进一步调整产业结构,推行科学施肥,以减少水体富营养化的风险。

参考文献:

[1] 邹志红,王乐娟. 湖泊富营养化趋势的灰色马尔柯夫预测[J]. 环境科学学报,2009,29(2):427-432. (ZOU Zhihong, WANG Lejuan. Grey Markov forecast of lake eutrophication [J]. Journal of Environmental Science, 2009,29(2):427-432. (in Chinese))

[2] 张颖,高倩倩. 基于灰色模型和模糊神经网络的综合水质预测模型研究[J]. 环境工程学报,2015,9(2):537-545. (ZHANG Ying, GAO Qianqian. Comprehensive prediction model of water quality based on grey model and

fuzzy neural network [J]. Chinese Journal of Environmental Engineering, 2015, 9(2): 537-545. (in Chinese))

[3] 王金保,李媛媛. 湖泊水质模型研究进展[J]. 长江流域资源与环境,2007,16(6):805-809. (WAN Jinbao, LI Yuanyuan. Research progress of lake water quality model [J]. Resources and Environment in the Yangtze Basin, 2007,16(6):805-809. (in Chinese))

[4] DELLANA S A, WEST D. Predictive modeling for wastewater applications; linear and nonlinear approaches [J]. Environmental Modelling and Software, 2008, 24(1):96-106.

[5] 苗成林,周宏. 基于灰色模型的水质预测[J]. 中国农村水利水电,2007(2):130-132. (MIAO Chenglin, ZHOU Hong. Water quality prediction based on grey model[J]. China Rural Water and Hydropower,2007(2):130-132. (in Chinese))

[6] MAGDALENA P, PETYA H, HRISTINA M. Mathematical model for forecasting the influence of atmospheric pollution on population morbidity in Stara Zagora Municipality (Bulgaria) [J]. Open Access Macedonian Journal of Medical Sciences,2018,6(5):934-939.

[7] OSTERTAG O, OSTERTAGOVÁ E, FRANKOVSKÝ P. Photoelast method and possible applications of mathematical statistics in prediction of stress state of structural elements[J]. Applied Mechanics and Materials, 2014,611:405-411.

[8] LIU Xiaobo, PENG Wenqi, HE Guojian, et al. A coupled model of hydrodynamics and water quality for Yuqiao Reservoir in Haihe River Basin [J]. Journal of Hydrodynamics, 2008,20(5):574-582.

[9] 易雨君,唐彩红,张尚弘. 南水北调中线工程典型渠段一维水动力水质模拟与预测[J]. 水利水电技术,2019,50(2):14-20. (YI Yujun, TANG Caihong, ZHANG Shanghong. One-dimensional hydrodynamic simulation and water quality prediction of typical channel of the Middle Route of South-to-North Water Diversion Project [J]. Water Resources and Hydropower Engineering, 2019, 50(2):14-20. (in Chinese))

[10] 吴京龙. 基于灰色关联度的 GM(1,1)-BP 神经网络组合模型研究[J]. 重庆理工大学学报(自然科学), 2019,33(11):207-210. (WU Jinglong. Study on GM(1,1)-BP combination model based on grey correlation [J]. Journal of Chongqing University of Technology (Natural Science), 2019,33(11):207-210. (in Chinese))

[11] YANG S H, CHEN Y P. Intelligent forecasting system using grey model combined with neural network [J]. International Journal of Fuzzy Systems, 2011,13(1):8-15.

[12] 王海云,程胜高,王军,等. 改进 GM(1,1) 模型在两坝间水质预测中的应用[J]. 人民长江,2008,39(11):39-

42. (WANG Haiyun, CHENG Shenggao, WANG Jun, et al. Application of improved GM(1,1) model in water quality prediction between two dams[J]. Yangtze River, 2008, 39(11): 39-42. (in Chinese))
- [13] 李娜,王腊春,谢刚,等. 山东省辖淮河流域河流水质趋势的灰色预测[J]. 环境科学与技术, 2012, 35(2): 195-199. (LI Na, WANG Lachun, XIE Gang, et al. Gray predication on water quality tendency of rivers in Huaihe catchment area of Shandong Province[J]. Environmental Science & Technology, 2012, 35(2): 195-199. (in Chinese))
- [14] 颜廷文,孙宝盛,张冉. 基于等维新息灰色马尔可夫模型的河流水质预测[J]. 水土保持通报, 2013, 33(5): 130-133. (YAN Tingwen, SUN Baosheng, ZHANG Ran. Prediction of waterquality based on equal dimension and new information Markow grey model[J]. Bulletin of Soil and Water Conservation, 2013, 33(5): 130-133. (in Chinese))
- [15] 卢丹. 改进的灰色-马尔科夫模型在地下水水质预测中的应用研究[J]. 水利规划与设计, 2016(6): 86-89. (LU Dan. Improved gray-Markov model in groundwater applied research on water quality prediction[J]. Water Resources Planning and Design, 2016(6): 86-89. (in Chinese))
- [16] 武周虎,慕金波,谢刚,等. 南四湖及入出湖河流水环境质量变化趋势分析[J]. 环境科学研究, 2010, 23(9): 1167-1173. (WU Zhouhu, MU Jinbo, XIE Gang, et al. Analysis of water environmental quality variation trends in Nansi Lake and its joined rivers [J]. Research of Environmental Sciences, 2010, 23(9): 1167-1173. (in Chinese))
- [17] 高学平,李文猛,张晨,等. 入湖河流对南四湖水质的影响[J]. 水资源保护, 2013, 29(2): 1-5. (GAO Xueping, LI Wenmeng, ZHANG Chen, et al. Impact of inflowing rivers on water quality of Nansi Lake[J]. Water Resources Protection, 2013, 29(2): 1-5. (in Chinese))
- [18] 赵阳,孙杰肖,韩会玲. 灰色预测 GM(1,1) 模型在张家口市需水量预测中的应用[J]. 水电能源科学, 2014, 32(7): 40-43. (ZHAO Yang, SUN Jiexiao, HAN Huiling. Application of grey prediction GM(1,1) model in Zhangjiakou water demand forecasting [J]. Water Resources and Power, 2014, 32(7): 40-43. (in Chinese))
- [19] 崔雪梅. 基于灰色 GA-LM-BP 模型的 COD_{Mn} 预测[J]. 水利水电科技进展, 2013, 33(5): 38-41. (CUI Xuemei. Prediction of COD_{Mn} value based on the grey GA-LM-BP model[J]. Advances in Science and Technology of Water Resources, 2013, 33(5): 38-41. (in Chinese))
- [20] 于慧,孙宝盛,李亚楠,等. 应用灰色模糊马尔科夫链预测海河水质变化趋势[J]. 中国环境科学, 2014, 34(3): 810-816. (YU Hui, SUN Baosheng, LI Yanan, et al. Water quality prediction of Haihe River using grey-fuzzy-Markov chain model [J]. China Environmental Science, 2014, 34(3): 810-816. (in Chinese))
- [21] 申富生. 基于灰色 GM(1,1) 模型的农田灌溉需水量预测[J]. 水资源保护, 2007, 23(3): 33-35. (SHEN Fusheng. Prediction of farmland irrigation water demand by grey GM(1,1) model[J]. Water Resources Protection, 2007, 23(3): 33-35. (in Chinese))
- [22] 范丽丽,邱利,田威,等. 基于马尔科夫模型的太湖水质综合评价[J]. 水资源保护, 2015, 31(2): 50-54. (FAN Lili, QIU Li, TIAN Wei, et al. Comprehensive evaluation of water quality in Taihu Lake based on Markov model[J]. Water Resources Protection, 2015, 31(2): 50-54. (in Chinese))
- [23] 龙珂良,陈星,崔广柏,等. 基于马尔科夫模型下的水质评价[J]. 水资源保护, 2016, 32(2): 133-138. (LONG Keliang, CHEN Xing, CUI Guangbo, et al. Water quality evaluation based on Markov model[J]. Water Resources Protection, 2016, 32(2): 133-138. (in Chinese))
- [24] WEI Hai, YANG Huashu, TIAN Dengping, et al. Dam safety monitoring model based on Markov Chain [J]. Advanced Materials Research, 2011, 255(4): 3626-3631.
- [25] 覃春乔,陈星,张其成,等. 基于马尔科夫模型的污染物质量浓度变化规律[J]. 水资源保护, 2014, 30(3): 56-60. (QIN Chunqiao, CHEN Xing, ZHANG Qicheng, et al. Variation of pollutant concentration based on Markov model[J]. Water Resources Protection, 2014, 30(3): 56-60. (in Chinese))
- [26] 窦俊伟,孙鹏,张笛. 关于南四湖流域水污染防治工作的建议[J]. 山东水利, 2018(10): 45-46. (DOU Junwei, SUN Peng, ZHANG Di. Suggestions on water pollution prevention and control in the Nansi Lake Basin [J]. Shandong Water Resources, 2018(10): 45-46. (in Chinese))
- [27] 徐好,桑国庆,杨丽原,等. 近十年来南四湖水水质时空变化特征研究[J]. 海洋湖沼通报, 2019(2): 47-52. (XU Hao, SANG Guoqing, YANG Liyuan, et al. A study on the characteristics of the spatial and temporal changes of water quality of Nansi Lake in the last ten years [J]. Transactions of Oceanology and Limnology, 2019(2): 47-52. (in Chinese))
- [28] 张柳青,杨艳,李元鹏,等. 高邮湖、南四湖和东平湖有色可溶性有机物来源组成特征[J]. 湖泊科学, 2020, 32(2): 428-439. (ZHANG Liuqing, YANG Yan, Li Yuanpeng, et al. Sources and optical dynamics of chromophoric dissolved organic matter in Lake Gaoyou, Nansi, and Dongping[J]. Journal of Lake Sciences, 2020, 32(2): 428-439. (in Chinese))

(收稿日期:2020-05-25 编辑:胡新宇)